

Подготовка учеников к решению текстовых задач в ОГЭ и ЕГЭ 2017 года

Г.К.Муравин, кандидат педагогических наук, профессор,
заведующий кафедрой математического образования
Института развития образовательных технологий,
автор УМК по математике для 1–11 классов

О.В.Муравина, кандидат педагогических наук, доцент,
Институт развития образовательных технологий,
автор УМК по математике для 1 – 11 классов

9 марта 2017

Г.К. Муравин, О.В. Муравина
МАТЕМАТИКА
Рабочая программа

УМК по математике для 1-4 классов



drofa-ventana.ru

muravins.ru



УМК по математике для 5-11 классов



Решение текстовых задач по схемам

1 класс

6. На полке стояло 14 книг. С полки взяли 8 книг. Сколько книг осталось на полке?



Эта задача решается в одно действие.

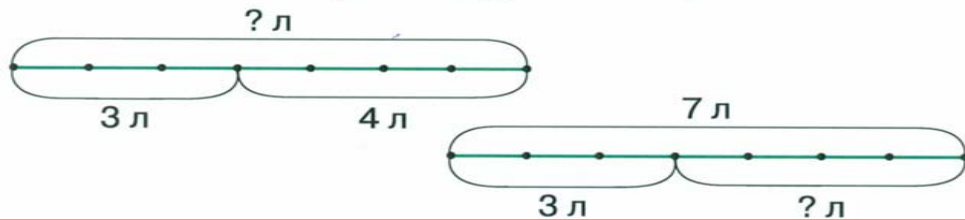
7. На полке стояло 13 книг. Сергей взял с полки 4 книги, а Маша — 3 книги. Сколько всего книг взяли с полки? Сколько книг осталось на полке?



Эта задача решается в два действия.

11. Подбери схему и составь равенства.

- Из ведра вылили 3 л воды, а затем ещё 4 л. Сколько литров воды вылили?
- В ведре 7 л воды. Вылили 3 л. Сколько литров воды осталось?



– Книги взяли с полки, книг на полке стало больше или меньше?

– Книг на полке стало меньше, поэтому из 14 вычитаем 8.

№ 6.

Было – 14 к.

Взяли – 8 к.

Осталось – ? к.

Решение.

$$14 - 8 = 6 \text{ (кн.)}$$

Ответ: 6 книг.

№ 7.

С. – 4 кн.

М. – 3 кн.

Осталось – ? кн.

} 13 кн.

Решение.

1) $4 + 3 = 7$ (кн.) – взяли с полки.

2) $13 - 7 = 6$ (кн.) – осталось на полке.

Ответ: 7 книг, 6 книг.

Формы записи и способы решения задач в 1-4 классах

1 класс

Краткое условие

$$\left. \begin{array}{l} Л. - 2 \text{ р.} \\ К. - 3 \text{ р.} \\ Щ. - ? \text{ р.} \end{array} \right\} 10 \text{ р.}$$

Рыбак поймал 10 рыб, из них:
2 леща, 3 карася, остальные – щуки.
Сколько щук поймал рыбак?

- По действиям с вопросами.
 - Сколько карасей и щук поймал рыбак?
 $10 - 2 = 8$ (р.)
 - Сколько щук поймал рыбак?
 $8 - 3 = 5$ (р.)Ответ: 5 щук.

- По действиям с пояснениями.

Способ 1.

- $10 - 2 = 8$ (р.) – карасей и щук.
- $8 - 3 = 5$ (р.) – щук.

Способ 2.

- $10 - 3 = 7$ (р.) – лещей и щук.
- $7 - 2 = 5$ (р.) – щук.

Способ 3.

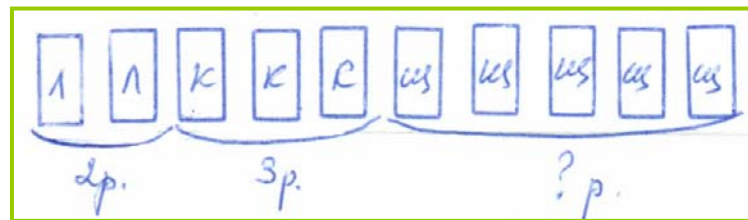
- $2 + 3 = 5$ (р.) – лещей и карасей.
- $10 - 5 = 5$ (р.) – щук.

Ответ: 5 щук.

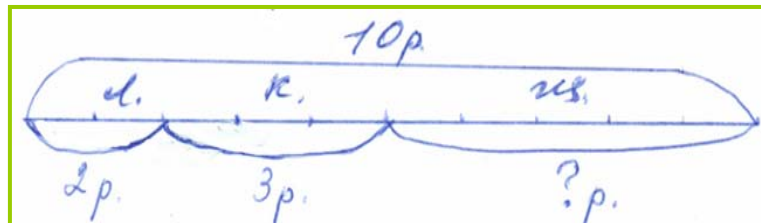
- Выражением.

- Способ 1. $10 - 2 - 3 = 5$ (р.)
Способ 2. $10 - (2 + 3) = 5$ (р.).
Способ 3. $10 - 3 - 2 = 5$ (р.)
Ответ: 5 щук.

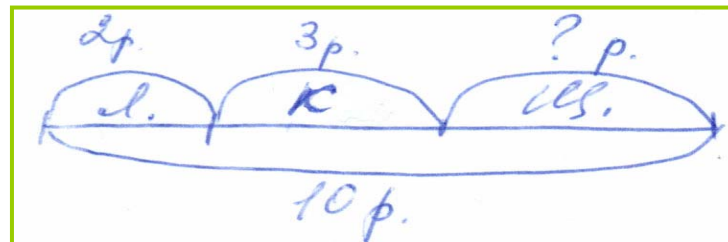
Практический способ



Графический способ



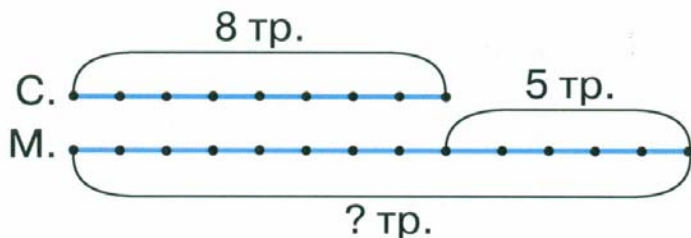
Схематическое моделирование



Решение задач на уравнивание по схемам

1 класс

6. Сергей выложил 8 треугольников, а Миша — на 5 больше. Сколько треугольников выложил Миша?

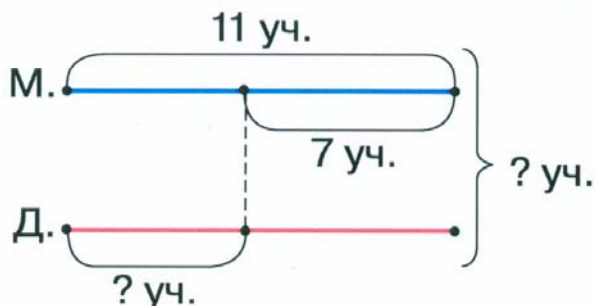


Краткое условие

С. — 8 тр.
М. — ? тр., на 5 больше

– Какое число нужно найти больше или меньше?
– Нужно найти большее число, поэтому 8 и 5 сложим.

9. В классе 11 мальчиков, а девочек — на 7 меньше. Сколько девочек в классе? Сколько всего учеников в классе?



Решение.

$$8 + 5 = 13 \text{ (тр.)}$$

Ответ: 13 треугольников.

Решение.

1) $11 - 7 = 4$ (уч.) — девочек.

2) $11 + 4 = 15$ (уч.) — в классе

Ответ: 4 девочки, 15 учеников.

Решение задач на уравнивание по схемам

13. Сравни задачи. Чем они похожи и чем отличаются? Реши задачи.

1) На клумбе расцвело 9 белых роз, а красных — в 3 раза меньше. Сколько красных роз расцвело на клумбе?

2) В букете 9 ромашек. Их в 3 раза больше, чем васильков. Сколько васильков в букете?

2 класс

Решение.

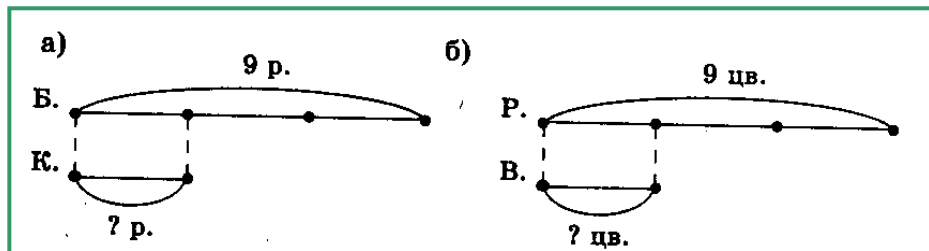
$$9 : 3 = 3 \text{ (р.)} - \text{красных.}$$

Ответ: 3 красных розы.

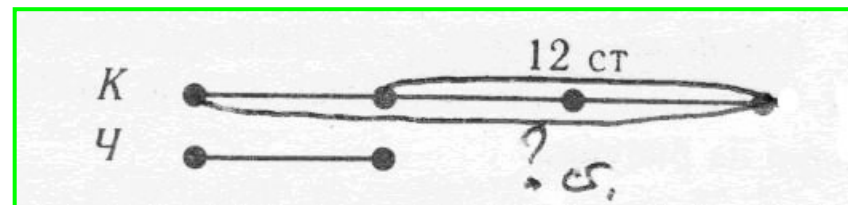
Решение.

$$9 : 3 = 3 \text{ (цв.)} - \text{василька.}$$

Ответ: 3 василька.



1. В кувшине в 3 раза больше воды, чем в чайнике, а в чайнике на 12 стаканов воды меньше, чем в кувшине. Сколько стаканов воды в кувшине?



Решение.

1) $3 - 1 = 2$ (ч.) — на столько частей в чайнике меньше воды, чем в кувшине.

2) $12 : 2 = 6$ (ст.) — столько стаканов в одной части, т.е. в чайнике.

3) $6 + 12 = 18$ или $6 \cdot 3 = 18$ (ст.) — в кувшине.

Ответ: 18 стаканов.

Задачи на стоимость. Базовый уровень

3 класс

6 Баночка йогурта стоит 14 рублей 60 копеек. Какое наибольшее количество баночек йогурта можно купить на 100 рублей?

Ответ: _____.

ЕГЭ

ИЛИ

Килограмм моркови стоит 40 рублей. Олег купил 2 килограмма моркови. Сколько рублей сдачи он должен получить со 100 рублей?

Ответ: _____.

Для ремонта требуется 63 рулона обоев. 1 пачка клея рассчитана на 6 рулонов. Какое минимальное количество пачек обойного клея нужно купить для такого ремонта?

Ответ: _____.

11. Реши задачи на стоимость.

1) Цена булочки 17 р. Сколько стоят 6 таких булочек?



2) 6 одинаковых альбомов стоят 96 р. Какова цена альбома?

3) За воздушные шары заплатили 45 р. Сколько купили шаров, если цена одного 5 р.?

4) Для уроков труда купили 7 катушек белых ниток по 13 р. и столько же катушек чёрных ниток по 14 р. Сколько заплатили за нитки?

5) Для класса надо купить 33 тетради, по 2 р. каждая. Сколько останется сдачи со 100 р.?

Решение.

1) $n = C : a$, где n – количество,

C – стоимость, a – цена товара.

100 р. = 10 000 к., 14 р. 60 к. = 1460 к.

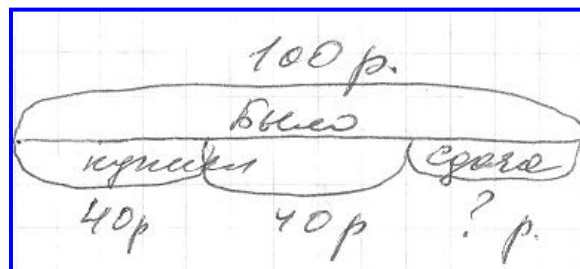
$10\ 000 : 1460 = 6$ (ост. 1240) (б.).

Ответ: 6 баночек.

2) $100 - 40 * 2 = 20$ (р.).

Ответ: 20 рублей.

4 класс



Решение задач на работу по таблицам

3 класс

7. 1) Завод выпускал 32 машины в день. Сколько машин завод выпустил за март?

2) За день мини-пекарня выпекает 256 буханок хлеба. Сколько буханок испечёт мини-пекарня за 3 дня?

3) Таня моет по 6 тарелок за минуту. Сколько тарелок она вымоет за 25 мин?

4) Скорость укладки асфальта — 27 м/мин. Сколько метров асфальта уложат за 4 восьмичасовых рабочих дня?



Работа равна производительности, умноженной на время работы.

$$A = v \cdot t$$

Это равенство называют **формулой работы**.

9. Объясни, как заполнить таблицу.

Производительность	Время	Работа
19 деталей в день	5 дн.	<input type="checkbox"/> деталей
23 знака в минуту	<input type="checkbox"/> мин	230 знаков
<input type="checkbox"/> кирпичей в час	2 ч	112 кирпичей

10. Первый бульдозер разровнял за 4 ч 312 м² дороги, а второй — за 8 ч 656 м². У какого бульдозера производительность больше и на сколько?

v	t	A
I)	На сколько?	
II)		

11. Один крот прорыл подземный ход длиной 360 см за 12 мин, а другой — 315 см за 21 мин. Во сколько раз производительность одного крота больше, чем другого?

v	t	A
I)	Во сколько раз?	
II)		

Решение задач на движение по схемам и таблицам

3 класс

8. Подбери схему к каждой задаче. Как найти расстояние, время, скорость?

1) Человек прошёл 24 км за 6 ч. С какой скоростью он шёл?

2) Человек идёт со скоростью 4 км/ч. Сколько времени ему потребуется, чтобы пройти расстояние 24 км?

3) Человек идёт со скоростью 4 км/ч. Какое расстояние он пройдёт за 6 ч?

Схема 1

$$V = 4 \text{ км/ч}, t = 6 \text{ ч}$$

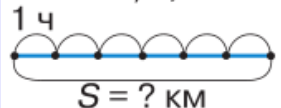


Схема 2

$$V = ? \text{ км/ч}, t = 6 \text{ ч}$$

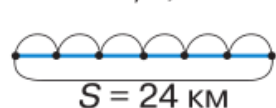
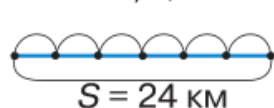


Схема 3

$$V = 4 \text{ км/ч}, t = ? \text{ ч}$$



13.* Реши задачу разными способами.

Лыжник двигался 2 ч со скоростью 18 км/ч, 2 ч со скоростью 15 км/ч и ещё 2 ч со скоростью 12 км/ч. Какое расстояние прошёл лыжник за эти 6 ч?

Решение. Способ 1.

$$18 \cdot 2 + 15 \cdot 2 + 12 \cdot 2 = 90 \text{ (км)}$$

$$\text{Способ 2. } (18 + 15 + 12) \cdot 2 = 90 \text{ (км)}$$

Ответ: 90 км.

14. Грузовая машина за 8 ч прошла 280 км, а легковая то же расстояние — за 4 ч. Во сколько раз скорость грузовой машины меньше скорости легковой?

Скорость	Время	Расстояние
I ↪ Во сколько		
II ↪ раз?		

15. Туристы в первый день прошли на байдарках 25 км, двигаясь со скоростью 5 км/ч, а во второй день — 36 км со скоростью 6 км/ч. Сколько часов провели туристы на байдарках за эти два дня?

Скорость	Время	Расстояние
I — 5 км/ч	? ч	} ? ч 25 км
II — 6 км/ч	? ч	
		36 км

Решение задач на нахождение четвертого пропорционального по таблицам

10. За 5 ластиков Оля заплатила 30 р., а Марина за такие же ластики заплатила 54 р. Сколько ластиков купила Марина?

3 класс

	Цена (a)	Количество (n)	Стоимость (C)
О.	Одинаковая	5 шт.	30 р.
М.		? шт.	54 р.



План решения.

1. Найти цену ластика.
2. Найти количество ластиков, купленных Мариной.

15. В 12 одинаковых полных банках 84 кг краски. Сколько килограммов краски в 23 таких банках?

4 класс

7. Прочитай задачу и рассмотри таблицу. Реши задачу по плану.

За 5 одинаковых альбомов заплатили 525 р. Сколько таких альбомов можно купить на 840 р.?

1) Один рабочий обслуживает 8 станков, каждый из которых обрабатывает 11 деталей в час, а другой 6 станков, каждый из которых обрабатывает 15 деталей в час. За сколько часов они вместе обработают 1 602 детали?

3) Путь от одной станции до другой товарный поезд прошёл за 9 ч, а пассажирский за 6 ч. С какой скоростью двигался пассажирский поезд, если скорость товарного поезда была 40 км/ч?

Цена	Количество	Стоимость
Одинаковая	5 шт.	525 р.
	? шт.	840 р.

План решения.

1) Найди цену альбома, зная их количество и стоимость.

2) Найди количество купленных альбомов, зная их цену и стоимость.

Решение задач на пропорциональное деление по таблицам

4 класс

5. Сравни две задачи. Чем они похожи и чем отличаются?

1) Девочка купила 2 одинаковые коробки с шариками для настольного тенниса, а мальчик 3 такие же коробки. Сколько мальчик заплатил за покупку, если девочка заплатила 368 р.? Сколько заплатили за покупку мальчик и девочка вместе? На сколько больше заплатил за покупку мальчик, чем девочка?



	<i>a</i>	<i>n</i>	<i>C</i>
Д.	Одинаковые	2 к.	368 р.
М.		3 к.	? р.



Что находим каждым выражением?

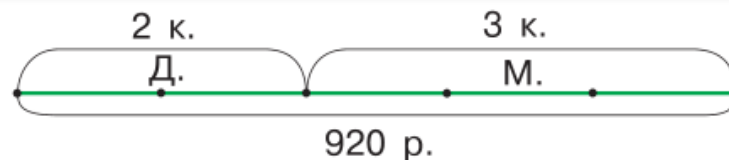
$$368 : 2 \qquad 368 + 368 : 2 \cdot 3$$

$$368 : 2 \cdot 3 \qquad 368 + 368 : 2$$

$$368 : 2 \cdot 3 - 368$$

2) Девочка купила 2 одинаковые коробки с шариками для настольного тенниса, а мальчик 3 такие же коробки. Сколько заплатил за покупку мальчик, если они вместе заплатили 920 р.?

	<i>a</i>	<i>n</i>	<i>C</i>
Д.	Одинаковые	2 к.	? р.
М.		3 к.	? р.
Д. + М.		(2 + 3) к.	920 р.

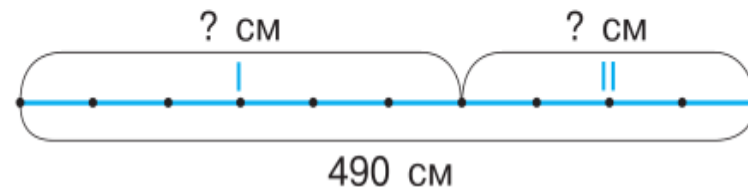


Что находим каждым выражением?

$$2 + 3 \qquad 920 : (2 + 3) \cdot 2$$

$$920 : (2 + 3) \qquad 920 : (2 + 3) \cdot 3$$

6. Один отрезок состоит из 6 равных частей, другой отрезок — из 4 таких же частей. Длина этих двух отрезков равна 490 см. Чему равна длина каждого отрезка?



Решение задач на пропорциональное деление по таблицам

4 класс

10. Сравни разные способы решения задач.

1) Два мастера заработали 972 р. Один работал 2 ч., а другой — 4 ч. Сколько заработал каждый мастер, если они работали с одинаковой производительностью?

Способ 1. $972 : (2 + 4) = 162$ (р.),

$162 \cdot 2 = 324$ (р.), $324 \cdot (4 : 2) = 648$ (р.)

Способ 2. $972 : (2 + 4) = 162$ (р.),

$162 \cdot 2 = 324$ (р.), $162 \cdot 4 = 648$ (р.)

Способ 3. $972 : (2 + 4) = 162$ (р.)

$162 \cdot 2 = 324$ (р.), $972 - 324 = 648$ (р.)

2) Взяли 2 мотка одинаковой проволоки. В одном мотке 20 м проволоки, в другом 15 м. Какова масса каждого мотка проволоки, если масса двух мотков 980 г?

Способ 1. $20 + 15 = 35$ (м),

$980 : 35 = 28$, $28 \cdot 20 = 560$ (г),

$28 \cdot 15 = 420$ (г)

Способ 2. $20 + 15 = 35$ (м),

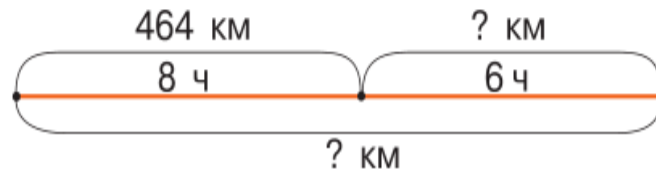
$980 : 35 = 28$, $28 \cdot 20 = 560$ (г),

$980 - 560 = 420$ (г)

7. Реши задачу, используя таблицу или схему.

Машина в первый день за 8 ч проехала 464 км, двигаясь с некоторой скоростью. Во второй день она была в пути 6 ч и двигалась с той же скоростью. Сколько всего километров проехала машина за два дня?

	v	t	S
I	Одинаковая	8 ч	464 км
II		6 ч	? км
I + II		(8 + 6) ч	? км

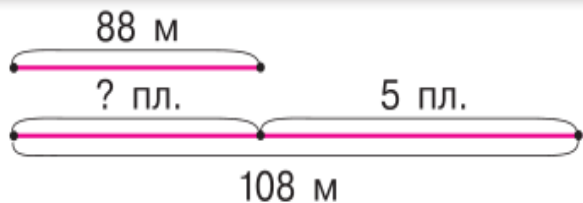


Решение задач на нахождение неизвестного по двум разностям

4. Объясни оба способа решения задачи.

В мастерскую поступило 2 куска ткани: один длиной 88 м, другой — 108 м. Из всей ткани сшили одинаковые платья, причём из первого куска получилось на 5 платьев меньше, чем из второго. Сколько сшили платьев из каждого куска ткани?

	Расход ткани на 1 платье	Количество платьев	Общий расход ткани
I	Одинаковый	? пл.	88 м
II		? пл.	108 м
II-I		5 пл.	(108 - 88) м



4 класс

Способ 1.

- $108 - 88 = 20$ (м)
- $20 : 5 = 4$ (м)
- $88 : 4 = 22$ (пл.)
- $108 : 4 = 27$ (пл.)

Способ 2.

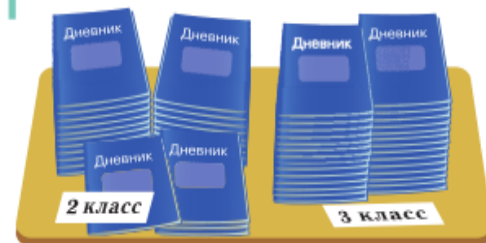
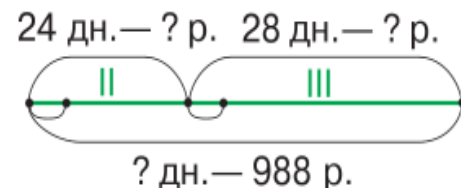
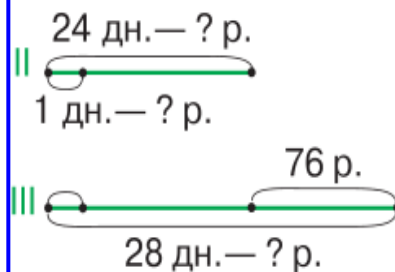
- $108 - 88 = 20$ (м)
- $20 : 5 = 4$ (м)
- $108 : 4 = 27$ (пл.)
- $27 - 5 = 22$ (пл.)

Ответ: 22 платья и 27 платьев.

5. Сравни задачи, схемы и способы их решения.

1) К началу учебного года купили для второго класса 24 одинаковых дневника, а для третьего — 28 таких же дневников. Сколько заплатили за дневники для второклассников и сколько для третьеклассников, если за все дневники заплатили 988 р.?

2) К началу учебного года для второго класса купили 24 одинаковых дневника, а для третьего — 28 таких же дневников. Сколько заплатили за дневники для второклассников и сколько для третьеклассников, если дневники для третьего класса стоили на 76 р. дороже?



Задачи с использованием идей пропорциональности

Задача 1. Две трубы наполняют бассейн за 15 минут. Первая труба, работая одна, заполняет этот бассейн за 20 минут. За сколько минут заполнит бассейн одна вторая труба?

Решение. За 15 мин совместной работы первая труба заполнит $\frac{3}{4}$ бассейна, вторая – оставшуюся на ее $\frac{1}{4}$ часть, значит, на весь бассейн у нее бы ушло в 4 раза больше времени, т.е. 1 ч.

Ответ: за 1 ч заполнит бассейн вторая труба.

Задача 2. Два туриста, идущие соответственно из пунктов A и B , встретились на 6 км ближе к A . Продолжая движение, первый турист пришел в пункт B через 2 ч, а второй – в пункт A через 4,5 ч. Сколько километров между пунктами A и B ?

Решение. Время движения туристов после встречи пропорционально квадратам оставшихся расстояний пути, $\frac{2}{4} = \frac{4}{9} = \frac{2^2}{3^2}$, т.е. оставшиеся части пути относятся, как 2 к 3.

Значит 6 км – одна часть пути, а весь путь составляет $2 + 3 = 5$ (ч.) или $6 \cdot 5 = 30$ (км).

Ответ: 30 км между пунктами A и B

Решение задач на движение двух объектов по схемам

Скорость сближения

6. 1) Прочитай задачу. Рассмотрю схему и ответь на вопросы.

- Увеличивалось или уменьшалось расстояние между автобусами каждый час?
- На сколько километров сближались автобусы каждый час?
- Какое расстояние проехали автобусы за 2 ч?

Из двух городов одновременно навстречу друг другу выехали два автобуса. Один автобус ехал со скоростью 60 км/ч, другой 80 км/ч. Через 2 ч они встретились. Какое расстояние между городами?



4 класс

2) Сравни два способа решения задачи.

Способ 1.

- $60 \cdot 2 = 120$ (км) — проехал первый автобус;
- $80 \cdot 2 = 160$ (км) — проехал второй автобус;
- $120 + 160 = 280$ (км) — расстояние между городами.

Способ 2.

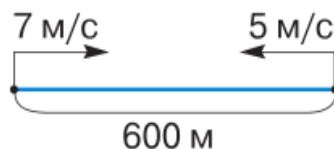
- $60 + 80 = 140$ (км/ч) — скорость сближения автобусов;
- $140 \cdot 2 = 280$ (км) — расстояние между городами.

Ответ: 280 км.

11. Рассмотрю схемы, выбери выражения для решения каждой задачи. Объясни, как составлено каждое выражение.

1) Два спортсмена одновременно побежали навстречу друг другу по беговой дорожке, длина которой 600 м. Один бежал со скоростью 5 м/с, другой 7 м/с. Какое расстояние было между ними через 40 с после старта?

2) Расстояние между двумя спортсменами 600 м. Первый спортсмен бежал со скоростью 7 м/с. Он догонял второго, скорость которого 5 м/с. Какое расстояние будет между ними через 50 с?



- $600 : (5 + 7)$;
- $600 : (7 - 5)$;
- $600 : 5 - 600 : 7$;
- $600 : 5 + 600 : 7$.

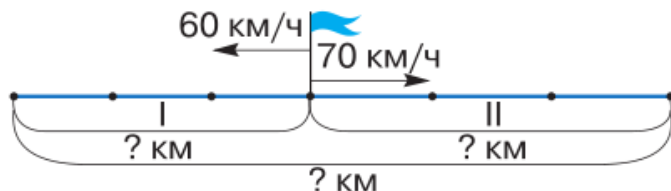


Движение в первой задаче называют **движением навстречу друг другу**, а во второй — **движением вдогонку**.

Решение задач на движение двух объектов по схемам

4. Сравни два способа решения задачи.

Два поезда отошли одновременно от одной станции в противоположных направлениях. Один поезд двигался со скоростью 60 км/ч, другой — 70 км/ч. Какое расстояние было между поездами через 3 ч?



Способ 1.

- 1) $60 \cdot 3 = 180$ (км) — расстояние, пройденное первым поездом;
- 2) $70 \cdot 3 = 210$ (км) — расстояние, пройденное вторым поездом;
- 3) $180 + 210 = 390$ (км) — расстояние между поездами через 3 ч.

Способ 2.

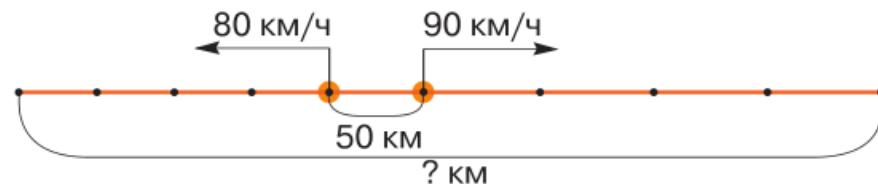
- 1) $60 + 70 = 130$ (км/ч) — скорость удаления поездов;
- 2) $130 \cdot 3 = 390$ (км) — расстояние между поездами через 3 ч.

Ответ: 390 км.

4 класс

Скорость удаления

7. Из двух городов, находящихся на расстоянии 50 км друг от друга, выехали одновременно в противоположных направлениях два автобуса. Один ехал со скоростью 80 км/ч, а другой — 90 км/ч. Какое расстояние было между автобусами через 4 ч после выезда?



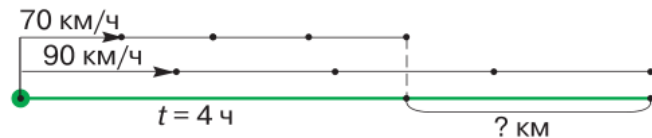
Ответь на вопросы и реши задачу.

- 1) Автобусы сближаются или удаляются?

Задачи на движение двух объектов

10. Реши задачу на движение с отставанием.

Из города в одном направлении одновременно выехали автобус и легковая машина. Автобус ехал со скоростью 70 км/ч, а машина — 90 км/ч. На сколько километров машина обгонит автобус за 4 ч?



Ответ на вопросы.

1) Сближались или удалялись машина и автобус?

2) На сколько километров в час изменялось расстояние между ними?

3) На сколько километров изменилось расстояние между ними за 4 ч?

Сравни два способа решения. Поясни каждое действие.

Способ 1.

- 1) $90 \cdot 4 = 360$ (км)
- 2) $70 \cdot 4 = 280$ (км)
- 3) $360 - 280 = 80$ (км)

Способ 2.

- 1) $90 - 70 = 20$ (км/ч)
- 2) $20 \cdot 4 = 80$ (км)

4 класс

Ответ: 80 км.

11. Профильный уровень. Из двух городов, расстояние между которыми равно 544 км, навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля. Скорости движения автомобилей равны 64 км/ч и 72 км/ч. Через сколько часов автомобили встретятся?

Решение. *Способ 1.* Обозначим время автомобилей до встречи через x ч. Тогда первый автомобиль до встречи со вторым пройдёт $64x$ км, а второй автомобиль пройдёт до встречи $72x$ км.

Составим и решим уравнение:

$$64x + 72x = 544, 64x + 72x = 544, 136x = 544, 136x = 544, x = 4.$$

Способ 2. $544 : (64 + 72) = 4$ (ч.)

Ответ: через 4 ч встретятся автомобили.

ЕГЭ

349. При решении задачи укажите, какую из следующих формул скорости в ней можно применить:

$$v_{\text{сбл}} = v_1 + v_2; v_{\text{сбл}} = v_1 - v_2; v_{\text{уд}} = v_1 + v_2; v_{\text{уд}} = v_1 - v_2.$$

1) Два мотоциклиста выехали навстречу друг другу из пунктов A и B , расстояние между которыми 232 км. Скорость одного из мотоциклистов 62 км/ч, а скорость другого — 54 км/ч. Через сколько часов мотоциклисты встретятся?

2) Всадник выезжает из пункта A и едет со скоростью 12 км/ч; в то же время из пункта B , отстоящего от A на 24 км, со скоростью 4 км/ч выходит пешеход. Оба движутся в одном направлении, совпадающем с направлением из A в B . На каком расстоянии от B всадник догонит пешехода?

3) От станции в одном направлении отправляются два поезда, скорость одного 60 км/ч, а другого — 70 км/ч. Какое расстояние будет между поездами через 3 ч?



5 класс

4) От станции в противоположных направлениях отправляются два поезда. Скорость пассажирского поезда 70 км/ч, а скорость товарного — 40 км/ч. Через сколько часов расстояние между поездами будет 440 км?

Задачи на движение по реке

5 класс

350. Какую из формул скорости при движении по реке вы будете использовать при ответе на вопрос задачи:

$$v_{\text{по теч}} = v_{\text{собст}} + v_{\text{теч}}; \quad v_{\text{против теч}} = v_{\text{собст}} - v_{\text{теч}}?$$

- 1) Собственная скорость катера 18 км/ч. Скорость течения реки 2 км/ч. С какой скоростью катер будет идти по озеру? С какой скоростью катер будет двигаться по течению реки? С какой скоростью катер будет двигаться против течения реки?
- 2) Скорость теплохода в стоячей воде равна 23 км/ч. Скорость течения реки 3 км/ч. Какой путь пройдёт теплоход за 3 ч по течению реки? Какой путь пройдёт теплоход против течения реки за то же время?
- 3) Сколько времени потребуется моторной лодке, чтобы проплыть 90 км вверх по реке, если скорость движения лодки по озеру равна 20 км/ч, а скорость течения реки 2 км/ч?
- 4) На реке расстояние между двумя причалами 36 км. Сколько времени потратит моторная лодка на путь от одного причала до другого и обратно, если её собственная скорость 9 км/ч, а скорость течения реки 3 км/ч?

Задачи на движение по реке

8 класс

ОГЭ

ПРАКТИКУМ ПО РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

22

Рыболов в 5 часов утра на моторной лодке отправился от пристани против течения реки, через некоторое время бросил якорь, 2 часа ловил рыбу и вернулся обратно в 10 часов утра того же дня. На какое расстояние от пристани он отплыл, если скорость течения реки равна 2 км/ч, а собственная скорость лодки 6 км/ч?

Решение.

Пусть искомое расстояние равно x км. Скорость лодки при движении против течения равна 4 км/ч, при движении по течению равна 8 км/ч. Время, за которое лодка доплывёт от места отправления до места назначения и обратно, равно $\left(\frac{x}{4} + \frac{x}{8}\right)$ часа. Из условия задачи следует, что это время равно

3 часам. Составим уравнение: $\frac{x}{4} + \frac{x}{8} = 3$.

Решив уравнение, получим $x = 8$.

Ответ: 8 км.

Задачи на движение

Задача 1

Моторная лодка прошла 20 км по течению реки и вернулась обратно, затратив на весь путь 4 ч 30 мин. Какова скорость лодки в стоячей воде, если скорость течения реки равна 1 км/ч?

Обозначив искомую собственную скорость лодки буквой x (км/ч), запишите:

- а) скорость лодки по течению;
б) скорость лодки против течения;
в) время, затраченное на путь по течению;
- а) время, затраченное лодкой на путь против течения;
б) все затраченное на движение время;
в) дробное уравнение по условию задачи;
- а) квадратное уравнение, к которому приводит полученное дробное;
б) корни квадратного уравнения;
в) ответ на вопрос задачи.

Дополнительные вопросы

1. Какое расстояние проплыла бы лодка за это время, если бы она не поворачивала назад?
2. Какова средняя скорость лодки (с точностью до 0,1 км/ч)?
3. На сколько процентов больше времени затратила лодка на обратный путь, чем на путь по течению?

ЕГЭ Углублённый уровень

11 Весной катер идёт против течения реки в $1\frac{2}{3}$ раза медленнее, чем по течению. Летом течение становится на 1 км/ч медленнее. Поэтому летом катер идёт против течения в $1\frac{1}{2}$ раза медленнее, чем по течению. Найдите скорость течения весной (в км/ч)

Ответ: _____.

Решение задач составлением уравнений

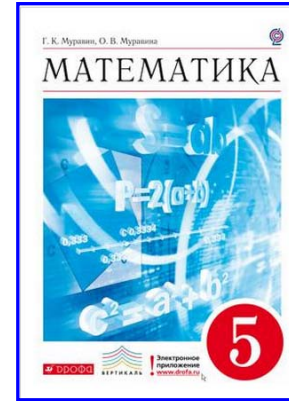
361. Объясните, как составлено уравнение к задаче.

1) Расстояние между двумя пешеходами, идущими навстречу друг другу, 720 м. Скорость одного из них на 8 м/мин больше скорости другого. Найдите скорости пешеходов, если известно, что они встретились через 6 мин.

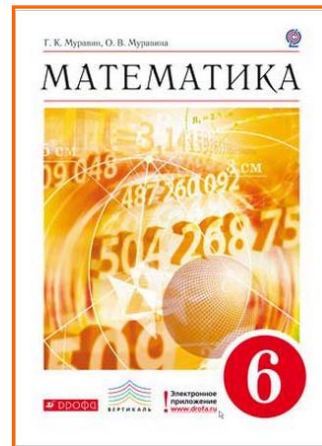
Решение.

	v (м/мин)	t (мин)	s (м)
1-й пешеход	x	6	$6x$
2-й пешеход	$x + 8$	6	$6(x + 8)$

$$6x + 6(x + 8) = 720.$$



Решение задач составлением пропорций



89. Составьте пропорцию к задаче, используя таблицу.

1) За 5 конвертов заплатили 45 р. Сколько таких конвертов можно купить на 72 р.?

Цена	Количество	Стоимость
Одинаковая	5 к.	45 р.
	? к.	72 р.

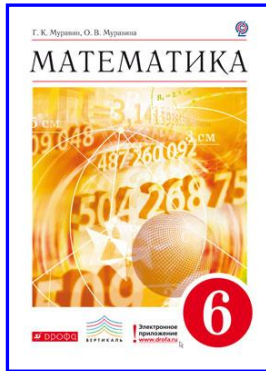
2) Путь от Москвы до Ярославля автобус проходит со скоростью 50 км/ч за 5,4 ч.

Какова скорость движения поезда, если он тратит на этот же путь 3 ч?

	Скорость	Время	Расстояние
Автобус	50 км/ч	5,4 ч	Одинаковое
Поезд	? км/ч	3 ч	

$$\frac{5}{x} = \frac{45}{72}; \quad \frac{50}{x} = \frac{3}{5,4}$$

Решение задач составлением уравнений



Задача 4. За 7,5 кг сахара заплатили 210 р. Сколько придётся заплатить за 20 кг сахара? 🌐

Решение. Количество купленного сахара и стоимость покупки — прямо пропорциональные величины. Обозначим стоимость 20 кг сахара буквой x и составим пропорцию.

$$\frac{x}{210} = \frac{20}{7,5}. \text{ Отсюда } x = \frac{20 \cdot 210}{7,5}, x = 560 \text{ (р.)}$$

Ответ: 560 р.

Задача 5. Туристы планировали пройти маршрут за 6 дней, но из-за плохой погоды им пришлось двигаться медленнее, и вместо предполагаемых 52 км в день они проходили только 39 км. За сколько дней туристы прошли свой маршрут? 🌐

Решение. Поскольку туристы не изменили планировавшийся маршрут, количество дней *обратно пропорционально* расстоянию, которое туристы проходят за 1 день. Обозначим число дней, затраченных на весь поход, буквой x и составим пропорцию:

$$\frac{x}{6} = \frac{52}{39}.$$

Отсюда $x = \frac{6 \cdot 52}{39}, x = 8$ (дней).

Ответ: за 8 дней.

▶ Прямоугольник

89. Составьте пропорцию к задаче, используя таблицу.

1) За 5 конвертов заплатили 45 р. Сколько таких конвертов можно купить на 72 р.?

Цена	Количество	Стоимость
Одинаковая	5 к.	45 р.
	? к.	72 р.

2) Путь от Москвы до Ярославля автобус проходит со скоростью 50 км/ч за 5,4 ч.

Какова скорость движения поезда, если он тратит на этот же путь 3 ч?

	Скорость	Время	Расстояние
Автобус	50 км/ч	5,4 ч	Одинаковое
Поезд	? км/ч	3 ч	

90. 1) Объясните, как рассуждали при составлении каждой пропорции к задаче: «Один килограмм металлолома заменяет 2,5 кг руды. Сколько руды заменяют 4 т металлолома?»:

$$\text{а) } \frac{x}{4000} = \frac{2,5}{1}; \quad \text{б) } \frac{4000}{x} = \frac{1}{2,5}; \quad \text{в) } \frac{4}{x} = \frac{1}{2,5}; \quad \text{г) } \frac{x}{4} = \frac{2,5}{1}.$$

2) В каких единицах будет найдена масса руды в каждой пропорции?

91. Какая пропорция составлена по условию задачи: «Пассажирский поезд, который двигался со скоростью 65 км/ч, затратил на путь между станциями 4 ч. За сколько часов пройдёт этот же путь товарный поезд, если его скорость 40 км/ч?»:

$$1) \frac{65}{40} = \frac{4}{x}; \quad 2) \frac{40}{65} = \frac{x}{4}; \quad 3) \frac{40}{65} = \frac{4}{x}; \quad 4) \frac{4}{65} = \frac{x}{40}?$$

92. Прочитайте задачу, определите, пропорциональны или обратно пропорциональны величины, о которых в ней идёт

Разделение трудностей при решении задач в 7-9 классах

п.4. Математическая модель текстовой задачи

п.5. Решение уравнений

Цель п.4: учить семиклассников переводить текст задачи с естественного языка на язык математических моделей.

Цель п.5.: учить семиклассников доводить решения уравнения и текстовых задач до числовых ответов.



1. Задания на разные способы записи буквенных равенств

"Запишите несколькими способами в виде равенства, что число a в 5 раз больше числа b ".

2. Задания на обоснование составленной модели к текстовой задаче

Объясните, что приняли за x , какие величины уравнили в уравнении $(50-x)=(50-3x) \cdot 2$ к задаче: "В двух мешках было по 50 кг сахара. После того как из одного мешка взяли в 3 раза больше сахара, чем из другого, в нем осталось в 2 раза меньше сахара, чем в другом. Сколько сахара взяли из первого мешка?"

3. Задания на обоснование различных моделей к одной задаче

К задаче «Из пункта A в пункт B , расстояние между которыми 256 км, отправился товарный поезд со скоростью 66 км/ч, а спустя 20 мин через пункт B прошел скорый поезд со скоростью 90 км/ч в направлении пункта A . Через сколько времени после выхода товарный поезд встретится со скорым?» составлены уравнения:

$$а) 66x + 90\left(x - \frac{1}{3}\right) = 256;$$

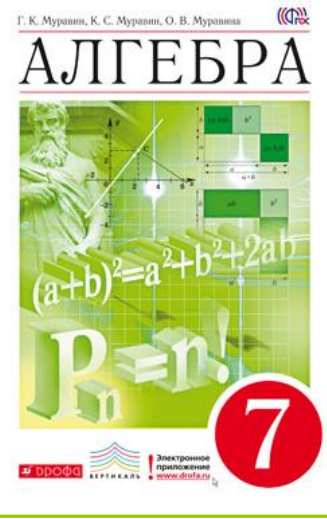
$$в) \frac{x}{66} - \frac{256 - x}{90} = \frac{1}{3};$$

$$б) 256 - 66 \cdot \frac{1}{3} = (66 + 90) \cdot \left(x - \frac{1}{3}\right);$$

$$г) 256 - 90x = 66\left(x + \frac{1}{3}\right).$$

1) Объясните, что обозначено буквой x в каждом уравнении.

2) Какие величины уравнивались в каждом уравнении?



П.4. Математическая модель текстовой задачи

4. Задачи на анализ различных моделей к задаче

Какое из равенств:

а) $\frac{200}{x} - 0,5 = \frac{200}{x - 20}$;

в) $\frac{200}{x} - \frac{200}{x + 20} = 30$;

б) $\frac{200}{x} + 0,5 = \frac{200}{x - 20}$;

г) $\frac{200}{x + 20} - \frac{200}{x} = 30$

является правильным переводом на математический язык условия задачи:

«Найдите скорость легкового автомобиля, зная, что она на 20 км/ч больше скорости грузовика и что 200 км легкой автомобиль проезжает на 30 минут быстрее, чем грузовик»? Что обозначено буквой x ?

Какие ошибки допущены в неверных вариантах перевода?

5. Составление уравнений к задаче, при указании, что обозначить за x

Переведите условие задачи на математический язык двумя способами: в первом – буквой x обозначьте все плановое задание, а во втором – плановую дневную норму.

Бригада должна была закончить сев за 15 дней. Однако ежедневно засевалось на 10 га больше, чем предполагалось, и за 3 дня до срока оставалось засеять 36 га. Сколько гектаров должна засеять бригада?

6. Самостоятельное определение типа задачи и составление уравнения

Дается большой набор разнообразных задач и от учеников требуется определить тип задачи и составить уравнение, если возникнут трудности, полезно посмотреть раздел

"Практикум по решению текстовых задач".

Задачи на проценты

16 Стоимость проезда в пригородном электропоезде составляет 198 рублей. Школьникам предоставляется скидка 50%. Сколько рублей стоит проезд группы из 4 взрослых и 12 школьников?

Ответ: _____.

ЕГЭ

Стоимость проезда в пригородном электропоезде составляет 198 р. Школьникам предоставляется скидка, равная половине цены проезда. Сколько стоит проезд группы из 4 взрослых и 12 школьников?

4 класс

Решение.

$$198 \cdot 4 + 198 : 2 \cdot 12 = 792 + 1188 = 1980 \text{ (р.)}$$

Ответ: 1980 рублей.

5 класс

965●. В классе 35 учеников, причём число мальчиков составляет 75% от числа девочек. Сколько в классе мальчиков?

966●. 35 г соли растворили в 165 г воды. Сколько процентов соли содержится в растворе?

967○. Школьники собрали 456 кг макулатуры. Из неё при переработке получилась писчая бумага, масса которой составила 60% массы макулатуры. Сколько тетрадей получится из этой макулатуры, если масса одной тетради 30 г?

Задачи на проценты

824●. Прочитайте задачу и скажите, какая величина принята за 100%. Известна ли эта величина? Как найти 1%? Как ответить на вопрос задачи?

1) В банке по некоторому вкладу начисляют 11% годовых. Это значит, что внесённая сумма через год увеличивается на 11%. На сколько увеличится вклад, составляющий 2500 р., через год?

2) В банке по некоторому вкладу начисляют 11% годовых. Через год сумма на вкладе увеличилась на 561 р. Какая сумма была внесена в банк?

3) В банк положили 3200 р., а через год на счету оказалось на 256 р. больше. Сколько процентов годовых начислил банк по этому вкладу?

831. 1) Размер единого социального налога составляет 13%. Сколько рублей нужно заплатить с суммы:

а) 20 000 р.; б) 150 000 р.; в) 500 000 р.; г) 1 000 000 р.?

2) Какой будет заработная плата после повышения на 23%, если до повышения она составляла:

а) 2500 р.; б) 5600 р.; в) 10 000 р.?

3) В магазине идёт распродажа товаров со скидкой 15%. Найдите новые цены товаров, которые имели первоначально цену:

а) 2250 р.; б) 15

3

Налог на доходы физических лиц (НДФЛ) в РФ составляет 13% от начисленной заработной платы. Сколько рублей получает работник после уплаты НДФЛ, если начисленная заработная плата составляет 20 000 рублей?

Ответ: _____



Задачи на проценты. Базовый уровень

3

Ивану Кузьмичу начислена заработная плата 20 000 рублей. Из этой суммы вычитается налог на доходы физических лиц в размере 13%. Сколько рублей он получит после уплаты подоходного налога?

Ответ: _____.

ЕГЭ

ИЛИ

ЕГЭ по физике сдавали 25 выпускников школы, что составляет треть от общего числа выпускников. Сколько выпускников этой школы не сдавали экзамена по физике?

Ответ: _____.

5 класс

828. 1) Какую заработную плату начисляют работнику, если после уплаты 13% налогов он получает на руки 8700 р.?

2) Фирма платит рекламным агентам 5% от стоимости заказа. На какую сумму надо найти заказы, чтобы заработать 1 млн р.?

829. Из 48 кг свежих вишен получается 9,6 кг сушёных. Сколько процентов от массы свежих вишен это составляет? Чему равен процент усушки?

830. Зёрна кофе при жарке теряют 12% своей массы. Сколько обжаренного кофе получится из 1,5 кг свежего?

831. 1) Размер единого социального налога составляет 13%. Сколько рублей нужно заплатить с суммы:

а) 20 000 р.; б) 150 000 р.; в) 500 000 р.; г) 1 000 000 р.?

2) Какой будет заработная плата после повышения на 23%, если до повышения она составляла:

а) 2500 р.; б) 5600 р.; в) 10 000 р.?

3) В магазине идёт распродажа товаров со скидкой 15%. Найдите новые цены товаров, которые имели первоначально цену:

а) 2250 р.; б) 15 300 р.; в) 10 500 р.; г) 450 р.

824. Прочитайте задачу и скажите, какая величина принята за 100%. Известна ли эта величина? Как найти 1%? Как ответить на вопрос задачи?

1) В банке по некоторому вкладу начисляют 11% годовых. Это значит, что внесённая сумма через год увеличивается на 11%. На сколько увеличится вклад, составляющий 2500 р., через год?

2) В банке по некоторому вкладу начисляют 11% годовых. Через год сумма на вкладе увеличилась на 561 р. Какая сумма была внесена в банк?

3) В банк положили 3200 р., а через год на счету оказалось на 256 р. больше. Сколько процентов годовых начислил банк по этому вкладу?

Задачи на смеси и сплавы. Профильный уровень

11. Профильный уровень. Имеются два куска металла массой 80 г и 70 г, которые содержат различную концентрацию серебра. Если сплавить эти два металла, то на выходе получится металл, который будет содержать 63% серебра. Если же сплавить одинаковые массы этих металлов, то результатом будет сплав, содержащий 65% серебра. Сколько граммов серебра находится в первом куске металла?

Решение. Пусть в первом сплаве концентрация серебра составляет x_1 , во втором – x_2 . Соответственно, в первом сплаве находится $80x_1$ г серебра, а во втором – $70x_2$ г.

При сплавлении металлов образуется третий сплав массой 150 г, который содержит $x_1 + x_2$ г серебра. По условию задачи, концентрация серебра в нем составляет 63%, т.е. масса серебра равна $0,63 \cdot 150$. Составим уравнение:

$$80x_1 + 70x_2 = 0,63 \cdot 150.$$


При сплавлении равных масс металлов, концентрация серебра в новом металле составляет 65 %, т.е. $x_1 + x_2 = 2 \cdot 0,65$.

Составляем и решаем систему уравнений:

$$\begin{cases} 80x_1 + 70x_2 = 150 \cdot 0,63, \\ x_1 + x_2 = 2 \cdot 0,65 \end{cases}$$

ЕГЭ

Ответ: 28 г серебра в первом куске металла.

Проценты встречаются в задачах о сплавах, смесях или растворах. В этих задачах используется понятие *процентного содержания*. 

Процентным содержанием вещества в сплаве называется отношение массы этого вещества к массе всего сплава, выраженное в процентах.

6 класс

Задачи на смеси и сплавы. Профильный уровень

6 класс

Так, если в 10 кг сплава меди с оловом содержится 6 кг меди, то её процентное содержание в этом сплаве равно

$$\frac{6}{10} \cdot 100\% = 60\%.$$

573. Каково процентное содержание меди в её сплаве с оловом, если в 50 кг сплава содержится:

- 1) 30 кг меди; 2) 30 кг олова?

574. Одним из первых сплавов, который люди стали использовать, был *электр* — сплав золота с серебром, в котором процентное содержание серебра составляло 20—30%. На фотографии (рис. 93) изображён шумерский шлем из электра, изготовленный более 5000 лет назад.



Рис. 93

1) Сколько килограммов серебра нужно добавить к 1,4 кг золота, чтобы получить электр с содержанием серебра, равным 30%?

2) Сколько килограммов золота нужно добавить к 1,2 кг серебра, чтобы получить электр с содержанием серебра 30%?

575. Бетон — один из самых древних строительных материалов. Его использовали уже в Древнем Египте более 5000 лет назад. Бетон применялся и при возведении Великой Китайской стены в III в. до н. э. (рис. 94). Для приготовления бетона смешивают воду, цемент, песок и щебень в отношении 2 : 4 : 9 : 17.



Рис. 94

1) Каково в этой смеси процентное содержание:

- а) цемента;
б) песка;
в) щебня?

2) Сколько цемента понадобится для приготовления 16 т бетона?

Процентное содержание вещества в растворе называют *концентрацией*.

576. 1) Сколько граммов сахара содержится в 100 г 25%-го сахарного сиропа?

2) Сколько граммов соли содержится в 100 г 13%-го водного раствора соли?

3) Сколько граммов иода содержится в 100 г 4%-го спиртового раствора иода?

577. 1) В 200 г солевого раствора содержится 10 г соли. Какова концентрация соли в растворе?

2) В 120 г воды растворили 30 г сахара. Какова концентрация сахара в растворе?

3) Для приготовления клюквенного морса взяли 200 г клюквы, 150 г сахара и 1 л воды (1 л воды имеет массу 1 кг). Каково процентное содержание сахара в морсе?

4) Какой будет концентрация соли в растворе, если в 100 г воды растворить 25 г соли?

5) Какой будет концентрация сахара в сиропе, если в 150 г воды растворить 50 г сахара?

Рассмотрим задачи, при решении которых за 100% принимаются разные величины.

Задача 1. Ширину прямоугольника увеличили на 20%, а длину увеличили на 25%. На сколько процентов увеличилась площадь прямоугольника?

Решение.

1) Пусть ширина прямоугольника a . Тогда после увеличения на 20% она стала равной $1,2a$.

Благодарим за внимание!

Контакты для связи:
olgamuravina@gmail.com
muravins.ru
<http://drofa-ventana.ru>