

# Подготовка учеников к решению уравнений и неравенств в ОГЭ и ЕГЭ 2017 года

Г.К.Муравин, кандидат педагогических наук, профессор,  
заведующий кафедрой математического образования  
Института развития образовательных технологий,  
автор УМК по математике для 1–11 классов

О.В.Муравина, кандидат педагогических наук, доцент,  
Институт развития образовательных технологий,  
автор УМК по математике для 1 – 11 классов

27 февраля 2017

# Решение уравнений и неравенств в УМК по математике 5-11 классов



# Авторский сайт: [muravins.ru](http://muravins.ru)

*Легко учить,  
интересно учиться!*

Сайт учебно-методических комплексов по  
математике для 1-11 классов  
Г.К.Муравина и О.В.Муравиной



*Приветствуем Вас на нашем сайте!*

Главной целью сайта является оказание методической помощи учителям математики, работающим по нашим учебникам.

На сайте вы можете:  
-- познакомиться с нами, с нашими учебниками и другими пособиями, а также с интересными и актуальными публикациями;  
-- задать любой вопрос, обсудить интересующую проблему преподавания математики.



Об авторах

Отзывы

Новости

Начальная школа

УМК по математике

Учебники по математике

Документы

Фотоальбом

Материалы для чтения и скачивания



## Материалы для чтения и скачивания

Материалы на сайте объединенной издательской группы "ДРОФА"- "ВЕНТАНА-ГРАФ" ["Методическая помощь"](#)

Рабочие программы

Конспекты уроков

Контрольные работы

Проекты

[Смотрите вебинары на сайте объединенной издательской группы "ДРОФА"- "ВЕНТАНА-ГРАФ"](#)

[Для учителей математики](#)

[07.02.17. Подготовка учеников к выполнению вычислительных заданий в ОГЭ и ЕГЭ 2017 года.](#)

Докладчики: Муравина О.В., Муравин Г.К.

[22. 09.2016. Формирование финансовой грамотности в курсе математики 5-11 классов.](#)

Докладчики: Муравина О.В., Муравин Г.К.

[22.04.2016. Обеспечение успешности обучающихся на государственной итоговой аттестации по математике средствами УМК Г. К. Муравина и О. В. Муравиной.](#)

Докладчики: Муравина О.В., Муравин Г.К.

# Авторский сайт: [muravins.ru](http://muravins.ru)



Об авторах

Отзывы

Новости

Начальная школа

УМК по математике

Учебники по математике

Документы

Фотоальбом

**15.02.2017.** Для бесплатного доступа к 5 любым ЭФУ на платформе LECTA нужно:

- 1) зарегистрироваться на сайте <http://lecta.ru> ;
- 2) подтвердить регистрацию и выполнить вход, используя свой логин и пароль;
- 3) активировать код 5books;
- 4) выбрать учебники, нажав на кнопки «выбрать» и «подтвердить»;
- 5) выбранные учебники доступны в вашем портфеле. Для начала работы с учебником нажмите на обложку ЭФУ.

Теперь вы можете скачать приложение, войти под своим логином и паролем, скачать выбранные учебники и работать с ними без подключения к Интернету.

**12.02.2017.** На сайте объединенной издательской группы «ДРОФА-ВЕНТАНА» проводится **Всероссийский конкурс** методических разработок «Электронный учебник на уроке 2017» с 10 февраля по 30 сентября 2017 г. В конкурсе участвуют учителя, которые используют УМК объединенной издательской группы. На конкурс представляются конспекты или технологические карты уроков, а также видеоуроки.

**Призы победителям конкурса:**

**I место** – планшетный компьютер и сертификат на установку 100 электронных форм учебников на класс;

**II место** – планшетный компьютер и сертификат на установку 50 электронных форм учебников на класс;

**III место** – сертификат на установку 50 электронных форм учебников на класс.

Размещение материалов на сайте издательства – публикация, поэтому будет выдан сертификат.

**[Заходите на сайт, смотрите положение о конкурсе и высылайте материалы.](#)**

**11.02.2017.** Обращаем внимание учителей математики, что 21 февраля в 10.00 по московскому времени пройдет вебинар по теме "Особенности итоговой аттестации по математике в 2017 году"

Докладчик: Андрей Викторович Семенов, заместитель руководителя федеральной комиссии по разработке КИМ для проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего и среднего общего образования по математике.

Место проведения: Академия повышения квалификации и переподготовки работников образования.

Для участия в вебинаре необходимо зарегистрироваться по [ссылке](#).  
[Смотрите информацию о вебинаре.](#)

# Сайт издательской группы: <http://drofa-ventana.ru>

## Учебная продукция по алгебре авт. Муравин Георгий Константинович

Возраст **Все** 2 года 3 года 4 года 5 лет 6 лет 7 лет Класс **Все** 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11




 Электронное приложение для скачивания

 Электронная форма

Найдено: 22

Сортировать ▾



Муравин Г.К., Муравина О.В.

Алгебра. 8 кл. Раб.тетр. В 2ч. 4.1 (С тестовыми заданиями ЕГЭ). ВЕРТИКАЛЬ

135₽

[Купить](#)


Муравин Г.К., Муравина О.В.

Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала

776₽

[Купить](#)


Муравин Г.К., Муравина О.В.

Алгебра. 8 класс. Учебник

695₽

[Купить](#)


Муравин Г.К., Муравина О.В.

Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала

744₽

[Купить](#)

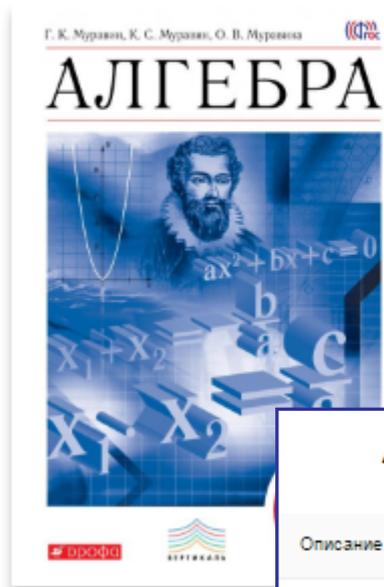

Муравин Г.К., Муравина О.В.

Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала

679₽

[Купить](#)


[Описание](#)   [Состав линии УМК](#)   [Методическая помощь](#)



Книга доступна в форме:

[Печатная](#)   [Электронная](#)

**695 ₺**

● есть в наличии

[Купить в Labirint](#)

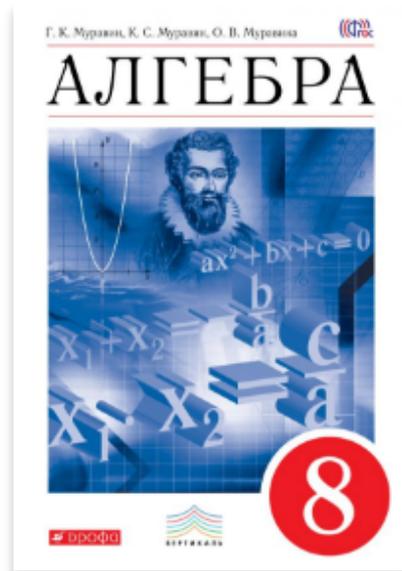
[Загрузить электронное приложение](#)

[Нашли ошибку в учебнике?](#)

## Алгебра. 8 класс. Учебник

[Описание](#)   [Состав линии УМК](#)   [Методическая помощь](#)

Содержание  
От авторов  
Глава 1. Рациональные вы



Книга доступна в форме:

[Печатная](#)   [Электронная](#)

**149 ₺**

● есть в наличии

[Купить в LECTA](#)

**149 ₺** ● есть в наличии [Купить в .pdf в Litres](#)

[Загрузить электронное приложение](#)

[Нашли ошибку в учебнике?](#)

Автор: Муравин Г.К., Муравина О.В.  
Серия: Линия УМК Г. К. Муравина, К. С. Муравина, О. В. Муравиной. Алгебра (7-9)  
ISBN: 978-5-358-18558-6

# Условия приобретения лицензии на ЭФУ объединенной издательской группы на платформе LECTA

**Для физических лиц**

**149 рублей**

Покупка конкретных наименований учебников

<https://shop.lecta.ru/catalog>

**Для юридических лиц**

**75 рублей**

Книговыдача  
минимальный заказ - 50 книговыдач (50 ЭФУ)

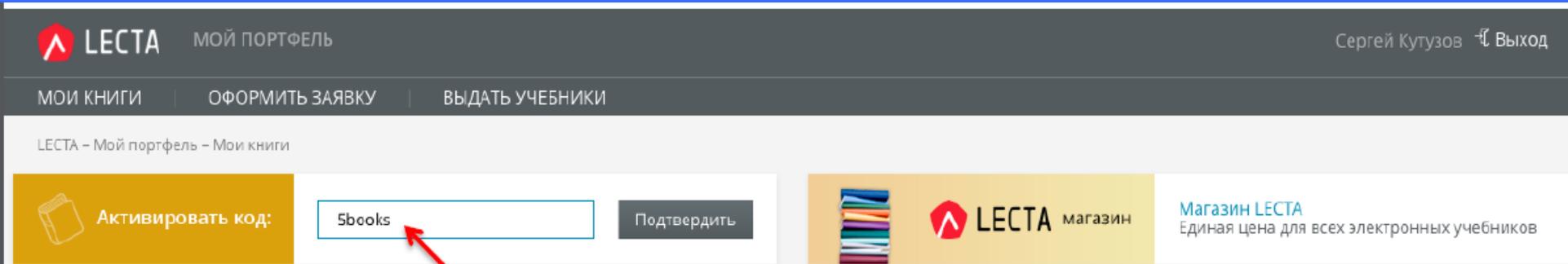
<https://lecta.ru/distribution>

**1 учебник**

**3 устройства + онлайн-доступ**

**500 дней**

# Бесплатный доступ к 5 любым ЭФУ на платформе LECTA



The screenshot shows the LECTA user interface. At the top left is the LECTA logo and the text 'МОЙ ПОРТФЕЛЬ'. At the top right, the user's name 'Сергей Кутузов' and a 'Выход' (Logout) button are visible. Below the header is a navigation bar with three items: 'МОИ КНИГИ', 'ОФОРМИТЬ ЗАЯВКУ', and 'ВЫДАТЬ УЧЕБНИКИ'. Below the navigation bar is a breadcrumb trail: 'LECTA - Мой портфель - Мои книги'. The main content area features a yellow button labeled 'Активировать код:' with a book icon, a text input field containing '5books' (with a red arrow pointing to it), and a dark grey button labeled 'Подтвердить'. To the right is a yellow banner for 'LECTA магазин' with a stack of books icon and the text 'Магазин LECTA Единая цена для всех электронных учебников'.

1. Зарегистрироваться на сайте <https://lecta.ru>
2. Подтвердить регистрацию и выполнить вход, используя свой логин и пароль
3. Активировать код **5books**
4. Выбрать учебники, нажав кнопку «выбрать» и «подтвердить»
5. Выбранные учебники доступны в Вашем портфеле. Для начала работы с учебником нажмите на обложку ЭФУ

Теперь Вы можете скачать приложение, войти под своим логином и паролем, скачать выбранные учебники и работать с ними без подключения к интернету

Активировать код:

Введите код активации

Подтвердить

LECTA магазин

Магазин LECTA  
Единая цена для всех электронных учебников

lecta.ru



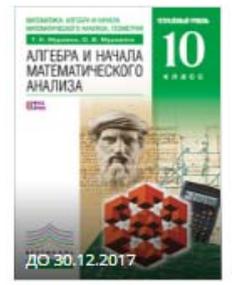
Мои книги



Алгебра и начала математического анализа. Базовый уровень. 10 класс  
Муравин Г. К.  
Муравина О. В.  
Дрофа



Алгебра и начала математического анализа. Базовый уровень. 11 класс  
Муравин Г. К.  
Муравина О. В.  
Дрофа



Алгебра и начала математического анализа. Углублённый уровень. 10 класс  
Муравин Г. К.  
Муравина О. В.  
Дрофа



Алгебра и начала математического анализа. Углублённый уровень. 11 класс  
Муравин Г. К.  
Муравина О. В.  
Дрофа



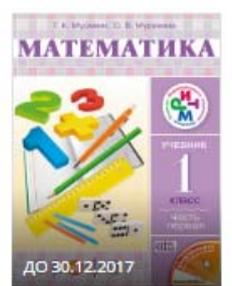
Алгебра. 7 класс  
Муравин Г. К.  
Муравин К. С.  
Муравина О. В.  
Дрофа



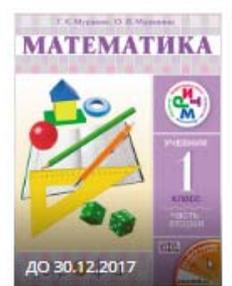
Алгебра. 8 класс  
Муравин Г. К.  
Муравин К. С.  
Муравина О. В.  
Дрофа



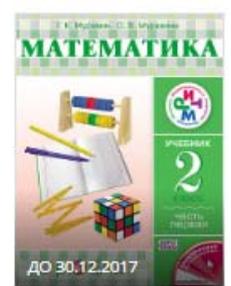
Алгебра. 9 класс  
Муравин Г. К.  
Муравин К. С.  
Муравина О. В.  
Дрофа



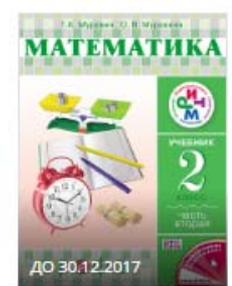
Математика. 1 класс. Часть 1  
Муравин Г. К.  
Муравина О. В.  
Дрофа



Математика. 1 класс. Часть 2  
Муравин Г. К.  
Муравина О. В.  
Дрофа



Математика. 2 класс. Часть 1  
Муравин Г. К.  
Муравина О. В.  
Дрофа



Математика. 2 класс. Часть 2  
Муравин Г. К.  
Муравина О. В.  
Дрофа



Математика. 3 класс. Часть 1  
Муравин Г. К.  
Муравина О. В.  
Дрофа

# Решение линейных уравнений в ОГЭ

4

Решите уравнение  $7x - 9 = 40$ . **ОГЭ**

Ответ: \_\_\_\_\_.

**14.** Корни каких уравнений равны?

$$25 \cdot (3 + x) = 100$$

$$(x - 100) : 5 = 100$$

$$25 \cdot 3 + 25 \cdot x = 100$$

$$x : 5 - 100 : 5 = 100$$

3 класс

4 класс

**16.** Реши уравнения.

$$(p - 138) : 127 = 45$$

$$(684 - 87) \cdot x = 13\,134$$

$$(26 + x) \cdot 99 = 10\,098$$

$$b + 28\,224 : 144 = 1\,175$$

$$1\,000 - 4\,410 : c = 874$$

$$k - 966 : 14 = 9\,005 - 5\,614$$

$$80 \cdot (13\,716 : y) = 40\,640$$

$$700 \cdot (83\,400 : m) = 420\,000$$

# Решение линейных уравнений в 5 классе

3 ч по течению реки? Какой путь пройдёт теплоход против течения реки за то же время?

3) Сколько времени потребуется моторной лодке, чтобы проплыть 90 км вверх по реке, если скорость движения лодки по озеру равна 20 км/ч, а скорость течения реки 2 км/ч?

4) На реке расстояние между двумя причалами 36 км. Сколько времени потратит моторная лодка на путь от одного причала до другого и обратно, если её собственная скорость 10 км/ч, а скорость течения реки 3 км/ч?

Часто буквами обозначают неизвестные величины и получают *уравнения*.

**Уравнение** — это равенство с неизвестным, значение которого нужно найти.

Обычно для обозначения неизвестного используют буквы  $x$ ,  $y$  или  $z$ .

С уравнениями вы уже встречались и умеете их решать, т. е. находить то значение неизвестного, при подстановке которого в уравнение получается верное числовое равенство. Такое значение неизвестного называют *корнем уравнения*.

**Решить уравнение** — значит найти все его корни или убедиться, что корней нет.

## Правило чтения уравнений

При чтении уравнений, как и при чтении равенств, левая часть уравнения читается в именительном падеже, а правая — в родительном. Напомним, что названия букв  $x$ ,  $y$ ,  $z$  — мужского рода, а остальных латинских букв — среднего рода. Названия букв в математике не склоняются.

Например,  $x = 5$  читается «икс равен пяти»,

$a = 7$  — «а равно семи»,

$x + 4 = 7$  — «сумма икс и числа четыре равна семи».

351. 1) Прочитайте и решите уравнение: 

а)  $x + 16 = 32$ ; г)  $0 \cdot x = 5$ ; ж)  $(25 - 25) : z = 1$ ;

б)  $y - 83 = 100$ ; д)  $z \cdot 23 = 46$ ; з)  $x : 15 = 45$ ;

в)  $0 : z = 0$ ; е)  $25 : y = 25$ ; и)  $(13 - 13) : y = 0$ .

2) Назовите уравнения, которые:

а) имеют один корень;

б) не имеют корней;

в) имеют более одного корня.

352. Зная, что частное чисел 4640 и 145 равно 32, назовите корни уравнения:

1)  $145 \cdot x = 4640$ ; 3)  $z \cdot 32 = 4640$ ; 5)  $y - 7 = 32 \cdot 145$ ;

2)  $y : 32 = 145$ ; 4)  $4640 : z = 145$ ; 6)  $2x = 4640 : 145$ .

353. 1) Решите уравнение:

а)  $23 \cdot 12 + 23 \cdot 18 = x$ ; в)  $25x + 46x = 213$ ;

б)  $(35 + 25) \cdot x = 300$ ; г)  $56x - 27x = 232$ .

2) Какими свойствами арифметических действий вы воспользовались?

354. Найдите неизвестное число и сделайте проверку, подставив это число в уравнение:

1)  $a + 2546 = 3764$ ; 4)  $2898 : d = 23$ ;

2)  $46\,789 - b = 5788$ ; 5)  $x : 540 = 360$ ;

3)  $c \cdot 345 = 43\,815$ ; 6)  $y - 7127 = 835$ .

355. 1) Найдите:

а) неизвестный делитель, если 52 208 — делимое, а 502 — частное;

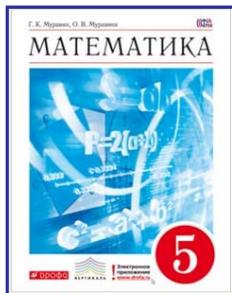
б) неизвестное слагаемое, если второе слагаемое равно 875 347, а сумма — 900 003;

в) неизвестный множитель, если произведение равно 63 315, а известный множитель равен 27;

г) неизвестное уменьшаемое, если разность равна 7 600 083, а вычитаемое — 59 995.

2) Какими свойствами арифметических действий вы пользовались в каждом из заданий?

# Решение линейных уравнений в 5 классе



356. Решите уравнение: 121

- 1)  $(x + 36) \cdot 10 = 1130$ ; 4)  $1022 - (34x - 5895) = 15$ ;  
 2)  $21 \cdot x + 349 = 832$ ; 5)  $(x + 296) \cdot 84 = 9758 + 16\ 114$ ;  
 3)  $x : 12 + 524 = 1000$ ; 6)  $1971 : x - 439 = (234 \cdot 109) : 117$ .

357. Игра «Отгадайте число».

- 1) Задумали число, увеличили его на 34 и получили 72. Найдите задуманное число.  
 2) Задумали число, уменьшили его в 2 раза, результат увеличили на 24 и получили 90. Какое число задумали?  
 3) Придумайте аналогичную задачу и предложите её своему соседу по парте. 124

358. По схеме, изображённой на рисунке 110, запишите уравнение и решите его.

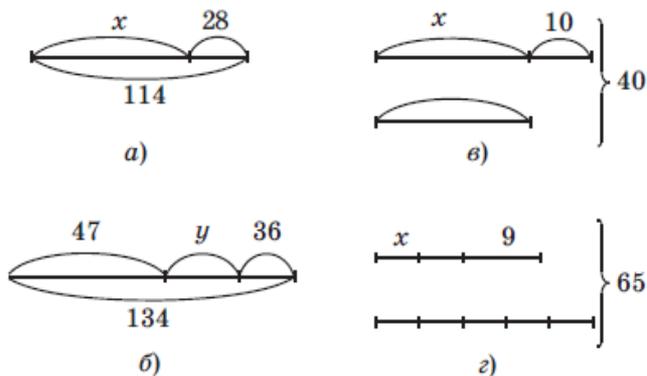


Рис. 110

■ 125. Тест.

Обведите кружками буквы, соответствующие правильным ответам.

1) Уравнением называется...

- Ответы: а) числовое выражение, значение которого надо найти;  
 б) буквенное выражение, значение которого надо найти;  
 в) равенство с неизвестным, значение которого надо найти;  
 г) другой ответ.

2) Решить уравнение — значит...

- Ответы: а) найти его корни;  
 б) убедиться, что корней нет;  
 в) найти все его корни или убедиться, что корней нет;  
 г) другой ответ.

3) Чтобы найти неизвестное уменьшаемое, нужно...

- Ответы: а) к разности прибавить вычитаемое;  
 б) из разности вычесть вычитаемое;  
 в) разность умножить на вычитаемое;  
 г) другой ответ.

4) Выберите из предложенных ниже записей уравнение.

- Ответы: а)  $2x - 17 = 33$ ; в)  $2 \cdot 25 - 17$ ;  
 б)  $2x - 17$ ; г) нет уравнений.

5) Корнем уравнения  $6x + 17 = 77$  является число...

- Ответы: а) 5; в) 15.  
 б) 10; г) другой ответ.

6) Выберите уравнение, корнем которого является число 25.

- Ответы: а)  $50 - x = 15$ ; в)  $x : 5 + 7 = 12$ ;  
 б)  $5x = 100$ ; г) такого уравнения нет.

# Решение линейных уравнений в 6 классе

## 4

## Формулы и уравнения

Глава

18

### Решение уравнений

Вы знаете, что уравнение — это равенство с неизвестным, значение которого нужно найти. Решая уравнение, стараются найти множество значений неизвестного, при подстановке которых в уравнение получается верное числовое равенство. Напомним, что эти искомые значения неизвестного называются *корнями* уравнения. 🌐

**Решить уравнение — значит найти множество его корней.**

Для решения уравнения вы пользовались соотношениями между компонентами суммы, разности, произведения и частного. Так, например, при решении уравнения  $16 - (2x + 7) = 5$  сначала находилось вычитаемое  $2x + 7 = 16 - 5$ ,  $2x + 7 = 11$ , затем слагаемое  $2x = 11 - 7$ ,  $2x = 4$ , и, наконец, множитель, который и являлся корнем данного уравнения,  $x = 4 : 2$ ,  $x = 2$ .

Умение выражать одни компоненты арифметических действий через другие позволяет теперь, когда вы познакомились с отрицательными числами, сформулировать более удобные правила решения уравнений.

Рассмотрим уравнение  $3x + 14 = 29 - 2x$ .

Выразим слагаемое  $3x$  из левой части этого уравнения  $3x = 29 - 2x - 14$ . Заметим, что мы фактически перенесли слагаемое  $14$  из левой части уравнения в правую, изменив при этом его знак на противоположный.

Выполним в правой части вычитание и получим уравнение  $3x = 15 - 2x$ .

Выразим уменьшаемое  $15$  из правой части этого уравнения  $3x + 2x = 15$ . И вновь преобразование свелось к переносу слагаемого  $-2x$  из правой части уравнения в левую с переменной знака этого слагаемого.

При решении уравнения можно переносить слагаемые из одной его части в другую, изменяя при этом их знаки на противоположные.

Продолжим решение уравнения.

После упрощения уравнения  $3x + 2x = 15$  получим  $5x = 15$ .

Выразим множитель  $x$  из левой части уравнения

$$x = 15 : 5, x = 3.$$

Легко заметить, что к такому же результату приводит деление обеих частей уравнения на числовой множитель при неизвестном, который называют *коэффициентом*. В этом проявляется ещё одно правило решения уравнений.

При решении уравнения можно делить или умножать обе его части на любое число, отличное от нуля.

С применением этих правил решение уравнения разбивается на два этапа.

① Собираем в одной части уравнения слагаемые, содержащие неизвестное, а в другой — числа и упрощаем его.

$$3x + 14 = 29 - 2x, 3x + 2x = 29 - 14, 5x = 15.$$

② Делим обе части уравнения на коэффициент при неизвестном.

$$5x = 15, x = 15 : 5, x = 3.$$

Получаем ответ: 3.

Решение уравнения обычно записывают в строчку:

$3x + 14 = 29 - 2x, 3x + 2x = 29 - 14, 5x = 15, x = 15 : 5, x = 3$ . Ответ: 3. 🌐 📖 160–163

# Решение линейных уравнений в 6 классе

547. Опишите ход решения уравнения:

1)  $7x - 9 = 5x - 17$ ,  $7x - 5x = 9 - 17$ ,  $2x = -8$ ,  $x = (-8) : 2$ ,  
 $x = -4$ . Ответ:  $-4$ .

2)  $0,2y + 2,3 = 0,7y - 3,2$ ,  $2,3 + 3,2 = 0,7y - 0,2y$ ,  $5,5 = 0,5y$ ,  
 $y = 5,5 : 0,5$ ,  $y = 11$ . Ответ:  $11$ .

548. Решите уравнения по следующему плану:

① перенесите числа в одну часть уравнения, а слагаемые, содержащие неизвестные, — в другую, изменив при этом знаки слагаемых на противоположные;

② упростите уравнение;

③ разделите обе части уравнения на коэффициент при неизвестном;

④ запишите ответ.

1)  $10x + 23 = 9x + 19$ ;      4)  $3 - 4,9z = -5,4 - 2,8z$ ;

2)  $7y - 19 = 5 - 5y$ ;      5)  $5,2x + 9 = 3,4x$ ;

3)  $-5x - 7 = 3x + 13$ ;      6)  $0,9y - 41 = 0,5y - 5$ .

549. Сколько корней имеет уравнение:

1)  $3,4x = 3,4$ ;      3)  $13x = 13x + 9$ ;      5)  $-7|x| = 7$ ;

2)  $-5,78y = 5,78$ ;      4)  $45y = 97y$ ;      6)  $5|x| = 5$ ?

Некоторые уравнения предварительно приходится упрощать, освобождаясь от дробей и раскрывая скобки. 

**Пример.** Решить уравнение  $\frac{2x+3}{3} - \frac{3x-4}{5} = \frac{x}{3} + \frac{8}{5}$ .

**Решение.**

① Сначала избавимся от дробей. Для этого умножим обе части уравнения на наименьшее общее кратное знаменателей дробей, НОК (3; 5) = 15.

$$\left(\frac{2x+3}{3} - \frac{3x-4}{5}\right) \cdot 15 = \left(\frac{x}{3} + \frac{8}{5}\right) \cdot 15,$$

$$\left(\frac{2x+3}{3}\right) \cdot 15 - \left(\frac{3x-4}{5}\right) \cdot 15 = \frac{x}{3} \cdot 15 + \frac{8}{5} \cdot 15,$$

$$(2x+3) \cdot 5 - (3x-4) \cdot 3 = 5x + 24.$$

② Раскроем скобки.

$$10x + 15 - 9x + 12 = 5x + 24.$$

③ Соберём в одной части уравнения слагаемые, содержащие неизвестное, а в другой — числа и упростим уравнение.

$$10x - 9x - 5x = 24 - 15 - 12, -4x = -3.$$

④ Разделим обе части уравнения на коэффициент при неизвестном.  $x = (-3) : (-4)$ ,  $x = \frac{3}{4}$ .

Ответ:  $\frac{3}{4}$ .

550. Объясните, на какое число умножили обе части первого уравнения, чтобы получить второе:

1)  $\frac{2}{3}x - 1 = \frac{1}{3}x + 2$ ;  $2x - 3 = x + 6$ ;

2)  $0,8y + 0,3 = 0,6y - 0,7$ ;  $8y + 3 = 6y - 7$ ;

3)  $\frac{1}{2}x + \frac{2}{5} = \frac{3}{4}x - \frac{7}{10}$ ;  $10x + 8 = 15x - 14$ ;

4)  $-0,25 - 1,3y = 1,6y - 0,83$ ;  $25 + 130y = -160y + 83$ .  164

551. Решите уравнение, предварительно освободившись от дробей:  165

1)  $\frac{3}{4}x + \frac{5}{8} = \frac{1}{2}x - \frac{9}{16}$ ;      4)  $0,7z - 0,9 = -0,5z - 0,3$ ;

2)  $\frac{2}{3}z - \frac{5}{9} = \frac{1}{3} + 2z$ ;      5)  $-\frac{3}{10} - \frac{4}{15}z - \frac{1}{5}z = 1$ ;

3)  $\frac{3}{14}x + \frac{11}{21}x - 11 = x$ ;      6)  $-0,83 + 0,7y = 0,24y + 0,412$ .

552. Решите уравнение:  166

1)  $\frac{x+1}{3} = \frac{-7}{5}$ ;      3)  $\frac{3z+6}{7} = \frac{-z-2}{5}$ ;  5)  $\frac{0,2}{2y-1} = \frac{-0,3}{y+3}$ ;

2)  $\frac{y+2}{3} = \frac{y-7}{4}$ ;      4)  $\frac{-0,3}{2x-1} = \frac{5}{9}$ ;      6)  $\frac{10}{z+3} = \frac{100}{5z-7}$ .

# Решение линейных уравнений в 6 классе

## 163. Тест.

Заполните пропуски в предложениях.

1)  называют равенство с неизвестным, значение которого нужно найти.

2) Среди данных записей:  $12 + 9 = 21$ ;  $3x - 7$ ;  $a + b = b + a$ ;

$2(y + 3) = 6$  — уравнением является

3)  — это значит найти все его корни или убедиться, что корней нет.

4) Решается уравнение  $2x + 5 = 4x - 7$  по плану:

а) перенести слагаемые с неизвестным в одну часть, а числа — в другую и привести подобные слагаемые

б) разделить уравнение на коэффициент при неизвестном

5) Значение неизвестного, при подстановке которого в уравнение получается верное числовое равенство, называют

6) Число  является корнем уравнения  $2x - 5x + 3 = 2 - 4x$ .

7) Среди  $-3,5$ ;  $-14$ ;  $3,5$ ;  $\frac{3}{5}$ ;  $-\frac{3}{5}$  число  является корнем уравнения  $\left(-\frac{2}{7}\right)x = 1$ .

8) Среди  $3z + 7 = 4$ ;  $2x + 3 = 2x$ ;  $x(x - 5) = 0$ ;  $|y| = 1$ ;  $0 : y = 0$  уравнение  не имеет корней.

■ 164. Укажите число, на которое нужно умножить уравнение, чтобы избавиться от дробей.

1) Уравнение  $1 - \frac{3}{7}x = \frac{2}{7}x + 8$  умножу на , получу

2) Уравнение  $0,1x - 0,2 = 0,3$  умножу на , получу

3) Уравнение  $\frac{1}{2} - \frac{2}{3}x = \frac{1}{6}$  умножу на , получу

4) Уравнение  $0,72 - 2,03x = 0,049$  умножу на , получу

■ 165. Решите уравнение по указанному плану.

Решить уравнение $\frac{1}{3}x + \frac{2}{5}x + 2 = x$	План решения
1) <input type="text"/>	1) Умножим уравнение на НОК(3; 5) = <input type="text"/>
2) <input type="text"/>	2) Соберем в одной части уравнения слагаемые с неизвестным, в другой — числа
3) <input type="text"/>	3) Приведем подобные слагаемые
4) <input type="text"/>	4) Разделим уравнение на коэффициент при неизвестном
5) <input type="text"/>	5) Вычислим корень уравнения
6) <input type="text"/>	6) Запишем ответ

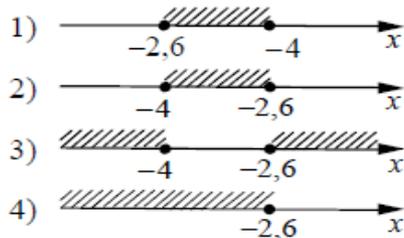
# Решение систем линейных неравенств в 9 классе

8 Решите систему неравенств

ОГЭ

$$\begin{cases} x + 2,6 \leq 0, \\ x + 5 \geq 1. \end{cases}$$

На каком рисунке изображено множество её решений?



Ответ:

П.8.



9

## Упражнения

123. 1) Какой из вариантов рисунка 32 соответствует решению неравенства  $(x + 1)(x + 2) > 0$  методом интервалов?  
 2) Почему на координатной прямой точки  $-2$  и  $-1$  отмечены белыми кружками?  
 3) Запишите ответ к решению неравенства:  
 а)  $(x + 1)(x + 2) > 0$ ; б)  $(x + 1)(x + 2) < 0$ .  
 4) Решите неравенство  $(x + 1)(x + 2) > 0$ , составляя системы.  
 5) Сравните два способа решения неравенства: методом интервалов и с помощью системы неравенств.

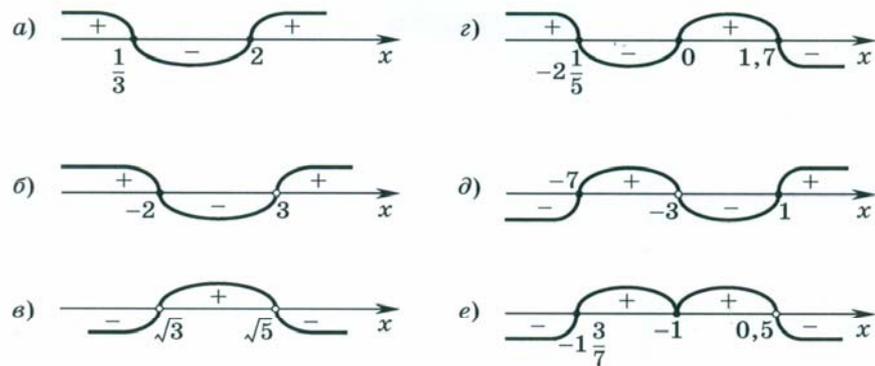
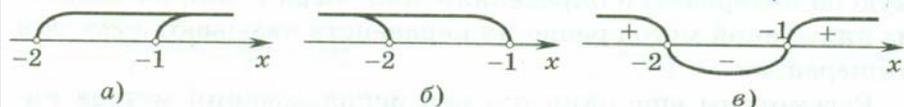


Рис. 33

124. Запишите неравенство  $f(x) \geq 0$ , при решении которого был сделан рисунок 33, и укажите промежутки, на которых значения  $f(x)$ :
- а) положительны; б) отрицательны; в) неположительны; г) неотрицательны.  33

125. При решении неравенства  $\frac{x + 3}{(x + 5)(x - 6)} \leq 0$  методом интервалов получилась рисунок 34.



Рис. 34

- 1) Составьте план решения неравенства.  
 2) Объясните, почему одна точка на координатной прямой чёрная, а другие — белые.  
 3) Запишите ответ к решению этого неравенства.  
 4) Чем отличаются решения неравенств  $(x + 3)(x + 5)(x - 6) \leq 0$  и  $\frac{x - 6}{(x + 3)(x + 5)} \leq 0$  от данного?

126. Решите методом интервалов неравенство:

- 1)  $(x - 1)(x - 2) < 0$ ; 2)  $(x + 7)(3x - 2) > 0$ ; 3)  $(x + 3)x(7 - 2x) \leq 0$ ; 4)  $x(2x - 1)(3x + 8) \geq 0$ ;
- 5)  $\frac{(2y - 7)(y + 6)}{y + \sqrt{5}} > 0$ ; 6)  $\frac{y + \sqrt{5}}{(2y + 9)(y - 8)} < 0$ ; 7)  $\frac{(2x + 3)(x - 1)}{(x - 5)(1 - x)} \leq 0$ ; 8)  $\frac{(5x - 6)(2 - 3x)}{(4 + x)(5 - 2x)} \geq 0$ .

127.\* Решите неравенство: 30

$$1) \frac{x-1}{3x+2} + \frac{2-x}{3x+1} \leq 0;$$

$$2) \frac{2y+1}{y+3} + \frac{6y-1}{5-3y} \geq 0;$$

$$3) \frac{z-4}{z-3} \leq \frac{z-3}{z-4};$$

$$4) \frac{2x+1}{x+2} + \frac{1-5x}{x-3} \geq -3;$$

$$5) \frac{0,5y+1}{y-2} > \frac{-3}{y+2} + \frac{1}{2};$$

$$6) \frac{3z-1}{z-1} < \frac{2z+1}{z+1} + 1.$$

128. 1) В чём отличие неравенств этого упражнения от неравенств упражнения № 126?

2) Решите неравенства:

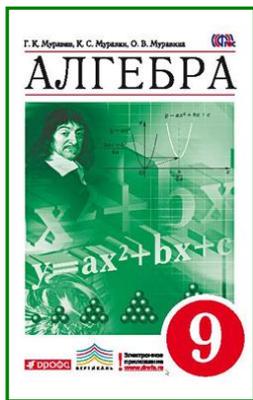
а)  $(x-1)^2(5x+3) > 0;$   
 б)  $(x+4)(4x-3)^2 \leq 0;$   
 в)  $(y+2)^2(y-5)(y-7)y \geq 0;$   
 г)  $(y+1)^2(y-3)(y-7)(y-2) \leq 0;$

д)  $\frac{(2x-3)^2}{(x+4)(3x-1)} \leq 0;$

е)  $\frac{(2x-5)^3}{(3x+2)^2(4-x)} \leq 0;$

ж)  $\frac{(5y-6)(2y-5)^2}{(3y+7)^3(5-4y)} \geq 0;$

з)  $\frac{(1-3z)^5 z^2 (2z+3)}{(3z-7)^4 (5-4z)} \leq 0.$  31



129. Дана функция  $f(x) = \frac{(x+1)^2(2x-3)}{x(3x-1)}$ . Найдите значения

переменной, при которых:

1)  $f(x) > 0;$     2)  $f(x) < 0;$     3)  $f(x) \geq 0;$     4)  $f(x) \leq 0.$

130.\* Найдите такое целое значение  $a$ , при котором множество решений неравенства  $(a-x)(5+x) \geq 0$  содержит:

1) одно целое число;    3) три целых числа;  
 2) два целых числа;    4) четыре натуральных числа.

131.\* Найдите такое целое значение  $a$ , при котором множество решений неравенства  $x^2(a-x)(1+x) > 0$  содержит:

1) одно целое число;    3) три целых числа;  
 2) два целых числа;    4) четыре натуральных числа.

132. Найдите область определения выражения:

1)  $\sqrt{(x-2)(x-4)} + \sqrt{(1-x)(6-x)};$

2)  $\frac{\sqrt{(x+3)(x-2)}}{x(x-5)}.$

133.\* Решите неравенство:

1)  $2|x+1| > x+4;$     3)  $4|x+2| < x+10;$   
 2)  $3|x-1| \leq x+3;$     4)  $3|x+1| \geq x+5.$

## ! Контрольные вопросы и задания

1. Чем отличаются решения следующих неравенств:

1)  $(x+1)(x+2)(x+3) \leq 0;$     3)  $\frac{x+1}{(x+2)(x+3)} \leq 0;$

2)  $\frac{(x+1)(x+2)}{x+3} \leq 0;$     4)  $\frac{2}{(x+1)(x+2)(x+3)} \leq 0?$

2. Решите неравенство:

1)  $\frac{2x-7}{(x+5)(15-3x)} \geq 0;$     2)  $\frac{x}{2x+3} + \frac{4x-1}{3-5x} < 3.$

**Пример 5.** Решить систему неравенств

### Задание 8

$$\begin{cases} 3x+5 > 7, \\ 4+6x \geq 4x+1, \\ x > 0, \\ 7-2x > 3. \end{cases}$$

**ОГЭ**

Решение.

1 Третье неравенство системы имеет простейший вид. С помощью равносильных преобразований, рассмотренных в предыдущем пункте, приведем к простейшему виду остальные неравенства.

$$\begin{cases} 3x+5 > 7, \\ 4+6x \geq 4x+1, \\ x > 0, \\ 7-2x > 3, \end{cases} \quad \begin{cases} 3x > 2, \\ 2x \geq -3, \\ x > 0, \\ -2x > -4, \end{cases} \quad \begin{cases} x > \frac{2}{3}, \\ x \geq -\frac{3}{2}, \\ x > 0, \\ x < 2. \end{cases}$$

2 Отметим решения каждого из неравенств на координатной прямой (рис. 23).

Общей частью отмеченных промежутков оказался интервал  $(\frac{2}{3}; 2)$ .

Ответ можно записать в виде этого интервала или в виде двойного неравенства  $\frac{2}{3} < x < 2.$

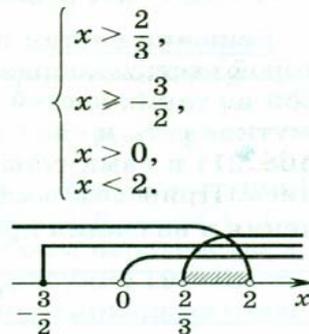


Рис. 23

# Решение квадратных уравнений в 8 классе

7 Найдите корень уравнения  $3^{x-3} = 81$ .

**ЕГЭ**

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

Найдите корень уравнения  $\log_2(x-3) = 6$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

Найдите отрицательный корень уравнения  $x^2 - x - 6 = 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**342.** 1) Решите неполные квадратные уравнения:

- |                       |                     |
|-----------------------|---------------------|
| а) $4x^2 - 9 = 0$ ;   | д) $9x^2 = 1$ ;     |
| б) $25x^2 - 16 = 0$ ; | е) $-24x = 6x^2$ ;  |
| в) $11x^2 + 5x = 0$ ; | ж) $3x^2 + 1 = 0$ ; |
| г) $-7x^2 + 9x = 0$ ; | з) $5x^2 + 7 = 0$ . |

2) Как вы думаете, почему такие квадратные уравнения называют неполными?  202, 203

**343.** Подберите корни уравнения:  204

- |                             |                          |
|-----------------------------|--------------------------|
| 1) $3x^2 + 22x - 25 = 0$ ;  | 3) $x^2 - 8x + 15 = 0$ ; |
| 2) $17x^2 + 32x + 15 = 0$ ; | 4) $x^2 + 6x + 8 = 0$ .  |

**344.** Используя формулу корней квадратного уравнения с четным вторым коэффициентом, решите уравнение:  205

- |                            |                             |
|----------------------------|-----------------------------|
| 1) $x^2 - 16x + 63 = 0$ ;  | 5) $5p^2 + 6p - 8 = 0$ ;    |
| 2) $14y + y^2 + 48 = 0$ ;  | 6) $7k^2 - 20k + 14 = 0$ ;  |
| 3) $z^2 + 24z + 150 = 0$ ; | 7) $15t^2 - 22t - 37 = 0$ ; |
| 4) $x^2 - 20x - 125 = 0$ ; | 8) $1 + 36m + 35m^2 = 0$ .  |

**345.** Решите уравнение наиболее рациональным способом:

- |                                |  |
|--------------------------------|--|
| 1) $\frac{1}{2}x^2 = 3x - 4$ ; | 7) $5 + 13x^2 - 16x = 0$ ;   |
| 2) $2x(12x + 5) = 8$ ;         | 8) $\frac{x^2}{4} - \frac{x}{3} - \frac{7}{12} = 0$ ;  |
| 3) $11x^2 = 18x + 511$ ;       | 9) $-13x^2 - 25x = 0$ ;  |
| 4) $0,7x^2 = 1,3x + 2$ ;       | 10) $\frac{2}{3}x - 5 + \frac{1}{2}x^2 = 0$ ;  |
| 5) $81x^2 - 13 = 0$ ;          | 11) $8 - 90x + 43x^2 = 0$ ;  |
| 6) $9x^2 + 2x - 8 = 0$ ;       | 12) $\frac{x^2 + x}{2} = \frac{8x - 7}{3}$ .  206 |

**346.** Найдите корни уравнения с точностью до 0,01:

- |                         |                          |
|-------------------------|--------------------------|
| 1) $x^2 - 8x + 9 = 0$ ; | 2) $2y^2 - 8y + 5 = 0$ . |
|-------------------------|--------------------------|

**347.** Найдите значения переменной, при которых верно равенство:

- |                              |                                  |
|------------------------------|----------------------------------|
| 1) $(5x + 3)^2 = 5x + 3$ ;   | 3) $(5x + 3)^2 = (3x + 5)^2$ ;   |
| 2) $(5x + 3)^2 = 5(x + 3)$ ; | 4) $4(5x + 3)^2 = (10x + 6)^2$ . |

**350.** Решите уравнение:

- |  |  |
|--|--|
| 1) $\frac{x^2 - 1}{6} = 2x - 6$ ;              | 4) $\frac{3y - 2}{5} + 3 = \frac{y^2 - 1}{10}$ ;               |
| 2) $\frac{y^2 + 1}{10} = y - 2$ ;              | 5) $\frac{(x + 1)^2}{12} - \frac{7 - x}{4} = \frac{y}{2}$ ;    |
| 3) $\frac{z^2 + 4}{4} - \frac{z + 4}{4} = 8$ ; | 6) $\frac{3 - z}{5} = \frac{z - 2}{4} + \frac{(z - 2)^2}{8}$ . |

**351.** Верно ли решено уравнение:

- |   |
|---|
| 1) $\frac{x^2 + 4}{x - 1} = \frac{5x}{x - 1}$ , $x_1 = 1$ , $x_2 = 4$ ; |
| 2) $\frac{x^2 - 3x + 2}{x + 5} = 0$ , $x = 1$ ?                         |

# Решение квадратных уравнений в 8 классе

Найдите отрицательный корень уравнения  $x^2 - x - 6 = 0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ЕГЭ**

353. Существуют ли такие значения переменной, при которых:

1) сумма дробей  $\frac{x-3}{x+2}$  и  $\frac{x-34}{2x-5}$  равна 1; **Учебник**

2) разность дробей  $\frac{x+38}{2x-1}$  и  $\frac{x+1}{x-3}$  равна 1;

3)  сумма дробей  $\frac{y-1}{2y+1}$  и  $\frac{y+3}{y+2}$  равна их произведению;

4)  разность дробей  $\frac{3y-1}{2y+5}$  и  $\frac{11y+5}{5y-10}$  равна их произведению?

**Рабочая тетрадь**

**М** ■ 202. Решите неполное квадратное уравнение по плану.

Решите уравнение $-2x^2 + 9x = 0$	П л а н р е ш е н и я
.....	1. Разложим на множители
.....	2. Приравняем каждый множитель к нулю
.....	3. Найдём корни уравнения
.....	4. Запишем ответ

## ■ 24. Частные случаи **Рабочая тетрадь** квадратных уравнений

■ 201. Заполните пропуски в предложениях, выбрав слова из списка (квадратным уравнением с чётным вторым коэффициентом, приведённым квадратным уравнением, квадратным уравнением, неполным квадратным уравнением) и расставив их в требуемом порядке, числе и падеже.

1) Уравнение вида  $ax^2 + bx + c = 0$ ,  $a \neq 0$ ,  $a, b, c$  — действительные числа, называют .....

2) Уравнение вида  $x^2 + px + q = 0$  называют .....

3) Уравнение  $ax^2 + bx + c = 0$ ,  $a \neq 0$ ,  $a, b, c$  — действительные числа, в котором  $b = 0$  или  $c = 0$ , называют .....

4) Уравнение вида  $ax^2 + 2kx + c = 0$  называют .....

5) Уравнение  $x^2 + 20x + 91 = 0$  является .....

6) Уравнения  $-7x^2 - 11 = 0$  и  $5x^2 + 12x = 0$  являются .....

7) Уравнение  $3x^2 - 20x - 125 = 0$  является .....

# Решение квадратных уравнений в 8 классе



■ **203.** Составьте план решения неполного квадратного уравнения.

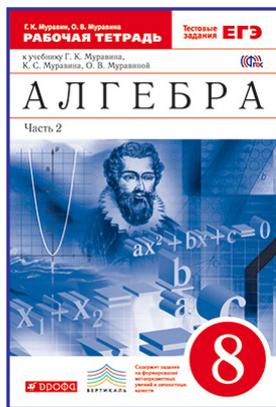
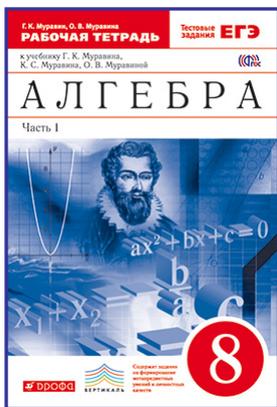
Решите уравнение $7x^2 - 6 = 0$	П л а н р е ш е н и я
$7x^2 = 6$	1. ....
$x^2 = \frac{6}{7}$	2. ....
$x_1 = \sqrt{\frac{6}{7}}; x_2 = -\sqrt{\frac{6}{7}}$	3. ....
О т в е т: $\sqrt{\frac{6}{7}}$ и $-\sqrt{\frac{6}{7}}$	4. ....

Рабочая тетрадь



■ **207(352, 4).** Решите рациональное уравнение по плану.

4) $\frac{5}{a^2 - 5a} - \frac{a}{5a - 25} + \frac{2}{5a} = 0$	П л а н р е ш е н и я
.....	1. Найдём общий знаменатель дробей, входящих в уравнение
.....	2. Умножим обе части уравнения на общий знаменатель
.....	3. Решим получившееся целое уравнение
.....	4. Исключим из корней уравнения те, при которых общий знаменатель обращается в нуль
.....	5. Запишем ответ



## Контрольная работа

### Тема: Уравнения

1. Рядом с каждым уравнением записан его корень. Укажите уравнение, которое решено неверно.

А.  $5x + 5 = 60$ ,  $x = 11$

В.  $(15 - x) \cdot 2 = 40$ ,  $x = -5$

Б.  $x : 3 + 42 = 12$ ,  $x = -10$

Г.  $(x - 21) : 5 = -7$ ,  $x = -56$

2. Найдите корни уравнения  $x^2 + 7x - 18 = 0$ .

А. -9 и -2

Б. 9 и -2;

В. -9 и 2;

Г. 9 и 2.

3. Решите систему уравнений  $\begin{cases} 2x + y = 1, \\ 5x + 2y = 0. \end{cases}$

А. (1; -1)

Б. (-2; 5)

В. (5; -2)

Г. (2; -5)

4. Решите уравнение  $(2x - 7)(x + 5) = 0$ .

А. -3 и -5;

Б. -3,5 и -5;

В. 0 и -5;

Г. 3,5 и -5.

*Уровень 2.* Выполните задания 5–7 с кратким решением.

5. Найдите отрицательный корень уравнения  $x^2 - x - 6 = 0$ .

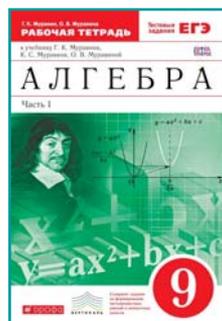
6. Решите уравнение  $\frac{x}{x-2} - \frac{7}{x+2} = \frac{8}{x^2-4}$ .

7. Решите систему уравнений  $\begin{cases} 3x - 2y = 6, \\ x^2 - 4y = 4. \end{cases}$

*Уровень 3.* В заданиях 8–9 запишите полные решения.

8. Найдите все значения  $c$ , при которых уравнение  $x^2 + 2x + c = 0$  не имеет корней?

9. Найдите все значения  $a$ , при которых уравнение  $15x^2 + ax + \frac{1}{4} = 0$  имеет два корня.



## Контрольная работа

### Тема: Неравенства

Уровень 1. В заданиях 1–5 отметьте верные ответы из четырёх предложенных.

1. Укажите решения неравенства  $5x + 20 > 50$ .

А.  $(6; +\infty)$     Б.  $(-\infty; 6)$     В.  $(-6; +\infty)$     Г.  $(-\infty; -6)$

2. Расположите числа  $\sqrt{35}$ ,  $\sqrt{30}$ ,  $5,6$  в порядке возрастания.

А.  $\sqrt{30}$ ;  $\sqrt{35}$ ;  $5,6$     В.  $\sqrt{35}$ ;  $\sqrt{30}$ ;  $5,6$

Б.  $5,6$ ;  $\sqrt{35}$ ;  $\sqrt{30}$     Г.  $\sqrt{30}$ ;  $5,6$ ;  $\sqrt{35}$

3. Решите систему неравенств  $\begin{cases} x + 2,6 \leq 0, \\ x + 5 \geq 1. \end{cases}$

А.  $(-\infty; -4)$     Б.  $[-4; -2,6]$     В.  $(-4; -2,6)$     Г.  $(-\infty; -4] \cup [-2,6; +\infty)$

4. Найдите решения двойного неравенства  $-4 < 2x - 5 \leq 1$ .

А.  $(0,5; 3)$     Б.  $(0,5; 3]$     В.  $(4,5; 0)$     Г.  $(-4,5; 3]$

5. Оцените выражение  $3a - b$ , если известно, что  $-1 < a < 4$ ,  $-2 < b < 3$ .

А.  $-6 < 3a - b < 14$     В.  $-3 < 3a - b < 2$

Б.  $-3 < 3a - b < 12$     Г.  $6 < 3a - b < 14$

Уровень 2. Выполните задания 6–8 с кратким решением.

6. Сравните  $0,4 \cdot 10^{-3}$  и  $4,1 \cdot 10^{-4}$ .

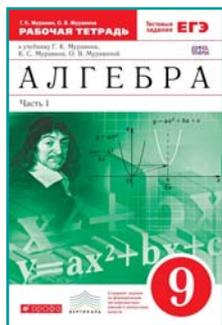
7. Решите неравенство  $5x + 3(x + 8) < 10(x - 1)$  и изобразите множество его решений на координатной прямой.

8. Найдите область определения выражения  $\sqrt{3 - 10x} + \sqrt{x}$ .

Уровень 3. В заданиях 9–10 запишите полные решения.

9. Решите неравенство  $\frac{7}{(x-1)(3-2x)} > 0$ .

10. Найдите наиболее близкий к нулю член арифметической прогрессии  $22,7; 21,4; \dots?$



# Решение показательных и логарифмических уравнений. ЕГЭ. Базовый уровень

7 Найдите корень уравнения  $3^{x-3} = 81$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ЕГЭ**

Найдите корень уравнения  $\log_2(x-3) = 6$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ЕГЭ**

143. Решите уравнение, представляя его правую часть в виде степени с тем же основанием, что и степень в левой части:

1)  $7^x = 1$ ;                      4)  $5^{x-2} = 125$ ;                      7)  $6^{4x-10} = \frac{1}{36}$ ;

2)  $2^x = 16$ ;                      5)  $\left(\frac{1}{3}\right)^x = \sqrt[3]{9}$ ;                      8)  $\circ 0,2^x = \frac{1}{\sqrt[4]{125}}$ ;

3)  $5^x = 625$ ;                      6)  $2^x = \frac{4}{\sqrt[5]{16}}$ ;                      9)  $\circ \left(\frac{1}{2}\right)^{x+2} = \frac{\sqrt[4]{2}}{8}$ .

144. Определите  $a$ , если известно, что график функции  $y = a^x$  проходит через точку: 1)  $M(0,5; 3)$ ; 2)  $K(2; 5)$ .

145. Решите уравнение:

1)  $2^x = 3 - x$ ;                      3)  $\left(\frac{1}{2}\right)^x = x + 1$ ;

2)  $3^x + x = 11$ ;                      4)  $5^x = 6 - x$ .

182. Найдите корень уравнения:

1)  $\log_2(4 - x) = 7$ ;

2)  $\log_{\frac{1}{7}}(7 - x) = -2$ ;

3)  $\log_3(14 - x) = \log_3 5$ ;

4)  $\log_5(6 - 5x) = 2 \log_5 6$ ;

5)  $\log_3(9 - x)^2 = 4$ ;

6)  $\log_4(x + 6)^2 = \log_4(5x - 14)^2$ .

**10 класс**

# Решение логарифмических неравенств. ЕГЭ. Профильный уровень

15

Решите неравенство  $\frac{\log_9(2-x) - \log_{15}(2-x)}{\log_{15}x - \log_{25}x} \leq \log_{25}9$ .

ЕГЭ

536. Обоснуйте следующие равносильности:

$$1) \sqrt{f(x)} = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g^2(x), \\ g(x) \geq 0; \end{cases}$$

$$2) \sqrt{f(x)} > g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) < 0, \\ f(x) \geq 0, \\ f(x) > g^2(x); \end{cases}$$

$$3) \sqrt{f(x)} < g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0, \\ g(x) > 0, \\ f(x) < g^2(x); \end{cases}$$

$$4) \log_{x-3} f(x) > \log_{x-3} g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} 3 < x < 4, \\ 0 < f(x) < g(x), \\ x > 4, \\ f(x) > g(x) > 0; \end{cases}$$

$$5) \lg(f(x) \cdot g(x)) = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} \lg f(x) + \lg g(x) = 5, \\ \lg(-f(x)) + \lg(-g(x)) = 5; \end{cases}$$

$$6) \log_{g(x)} f(x) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (f(x) - 1)(g(x) - 1) \geq 0, \\ x \in \text{ОДЗ}; \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} f(x) = 0, \\ g(x) = 0, \\ h(x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0, \\ h(x) = 0, \\ g(x) = 0, \\ h(x) = 0. \end{cases}$$

537. 1) Обоснуйте равносильность

$$\log_{g(x)} f(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (f(x) - 1)(g(x) - 1) > 0, \\ f(x) > 0, \\ g(x) > 0. \end{cases}$$

2) Используйте её в решении неравенств 5 и 11 из № 191.

538. Запишите, чему равносильно неравенство:

1)  $\log_{g(x)} f(x) < 0$  и решите с помощью этой равносильности неравенства 4 и 12 из № 191;

190. Решите неравенство, используя метод интервалов:

$$1) \frac{\log_5 x - 2}{2 - \log_6 x} > 0;$$

$$2) \frac{\log_{0,5} x + 2}{2 - \log_3 x} < 0;$$

$$3) \frac{\log_{0,4} x - 2}{3x^2 - 10x + 7} > 0;$$

$$4) \frac{7x^2 - 10x + 3}{\log_{0,9} x - 2} \leq 0;$$

$$5) \frac{x^2 - 9x - 10}{\log_{0,9}(x^2 - 9)} \geq 0;$$

$$6) \frac{\log_5(9 - x^2)}{x^2 - 3x - 4} < 0.$$

191. Решите неравенство:

$$1) \log_{x-3}(7-x) > 0;$$

$$2) \log_{7-x}(x-3) > 0;$$

$$3) \log_{x-3}(7-x) > 1;$$

$$4) \log_{x+4} \frac{x^2 - 1}{3} < 0;$$

$$5) \log_{\frac{x^2 - 1}{3}}(x + 4) > 0;$$

$$6) \log_{x-2}(x + 10) < 2;$$

$$7) \log_{2x}(x^2 - 5x + 6) < 1;$$

$$8) \log_{x-1}(x^2 - 6x + 9) < 1;$$

$$9) \log_{x^2 - 6x + 9}(x - 1) \leq 1;$$

$$10) \log_{x^2 + 2}(3x + 6) \leq 1;$$

$$11) \log_{x^2 + 3x - 4}(x + 4) > 0;$$

$$12) \log_{x+4}(x^2 + 3x - 4) < 0.$$

192. Решите неравенство:

$$1) \log_2 \log_{\frac{1}{3}}(x - 1) > 0;$$

$$2) \log_{0,6} \log_{0,5}(x + 1) > 0;$$

$$3) \log_{0,2} \log_2(2x + 3) < -1;$$

$$4) \log_{\frac{1}{3}} \log_2(2x - 1) < -1;$$

$$5) \log_{0,5} \log_3 \frac{x - 2}{x - 4} > 0;$$

$$6) \log_3 \log_{0,2} \log_{32} \frac{x - 1}{x + 5} > 0.$$

# Решение показательных и логарифмических уравнений. ЕГЭ. Базовый уровень

## Контрольная работа № 3 (к п. 9–11) (90 мин)

### I уровень

1. Найдите  $a$ , если известно, что график функции  $y = a^x$  проходит через точку  $M(-0,25; 2)$ .

2. Решите уравнение:

1)  $\log_2 x - \log_{0,5}(x - 2) = 3$ ;                      2)  $11^{x+2} - 22 \cdot 11^x = 9$ .

3. Решите неравенство:

1)  $\frac{2^x - 0,25}{3 + x} > 0$ ;                                      2)  $\log_{0,2}(x + 3) > -2$ .

### II уровень

4. Решите уравнение:

1)  $2^x + \frac{5}{2^{x-2}} - 9 = 0$ ;                                      2)  $x^{\log_3 x} = 81$ .

5. Решите неравенство:

1)  $\log_{x-2}(5 - x) > 0$ ;                      2)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x+4}} > \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x^2+3x+4}}$ .

### III уровень

6. Решите неравенство  $\log_2(2 + x) > 1 - x$ .

7. 1) На сколько процентов возрастёт вклад в банке за два года, если банк ежемесячно начисляет 3%?

2) ■ Найдите сумму, которая окажется на вкладе через два года, если начальный вклад составил 10 000 р.

7 Найдите корень уравнения  $3^{x-3} = 81$ .

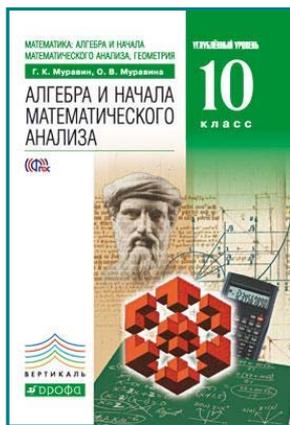
Ответ: \_\_\_\_\_

**ИЛИ**

Найдите корень уравнения  $\log_2(x-3) = 6$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

**ЕГЭ**



# Решение тригонометрических уравнений. ЕГЭ. Профильный уровень

13

а) Решите уравнение  $\cos 2x = 1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ .

ЕГЭ

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right)$ .

284. Найдите корни уравнения, принадлежащие отрезку  $[0; 2\pi]$ :

1)  $\sin x = 0$ ;

5)  $2 \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = 1$ ;

2)  $\cos x - 1 = 0$ ;

6)  $\operatorname{ctg}(x - \pi) - 1 = 0$ ;

3)  $3 \operatorname{tg} x + \sqrt{3} = 0$ ;

7)  $2 \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \sqrt{2} = 0$ ;

4)  $\operatorname{ctg}^2 x - 3 = 0$ ;

8)  $2 \sin^2 x - \sqrt{2} \sin x = 0$ .

298. Решите уравнение на промежутке  $[0; 2\pi]$ :

1)  $2 \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \sqrt{2}$ ;

3)  $\operatorname{tg}(\pi + x) = 1$ ;

2)  $2 \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + 1 = 0$ ;

4)  $3 \operatorname{ctg}(2\pi - x) = \sqrt{3}$ .

299. Решите уравнение:

1)  $2 \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \sqrt{2} = 0$ ;

2)  $\cos(2\pi - x) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \sqrt{2}$ ;

3)  $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin \frac{\pi}{4}$ ;

4)  $3 \operatorname{tg}\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) - \sqrt{3} = 0$ .

524. Является ли равносильным преобразование, связанное с заменой выражения а) выражением б)?

Если преобразование неравносильно, укажите причину неравносильности. Запишите дополнительные условия, выполнение которых следует проверить, чтобы избежать появления посторонних решений, или какие случаи следует дополнительно рассмотреть, чтобы не потерять решения.

1) а)  $\frac{x^2 - 1}{x + 1}$ ;

б)  $x - 1$ ;

2) а)  $x - 1$ ;

б)  $\frac{x^2 - 1}{x + 1}$ ;

3) а)  $x + 1$ ;

б)  $\sqrt{x^2 + 1 + 2x}$ ;

4) а)  $\sqrt{x^2 + 1 + 2x}$ ;

б)  $x + 1$ ;

5) а)  $\sqrt{x^2 + 1 + 2x}$ ;

б)  $|x + 1|$ ;

6) а)  $\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ ;

б)  $\frac{\operatorname{tg} x + \sqrt{3}}{(1 - \sqrt{3})\operatorname{tg} x}$ ;

7) а)  $\sqrt{1 - \sin^2 x}$ ;

б)  $\cos x$ ;

8) а)  $1 + \operatorname{tg}^2 x$ ;

б)  $\frac{1}{\cos^2 x}$ ;

# Решение тригонометрических уравнений. ЕГЭ. Профильный уровень

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ПО ТЕМЕ

### «ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ И ИХ СВОЙСТВА»

#### Вариант 1

##### I уровень

Укажите номер ответа, который вы считаете верным.

1. Найдите значение выражения

$$\frac{\sin 50^\circ \cdot \cos 5^\circ - \sin 5^\circ \cdot \cos 50^\circ}{2 \cos^2 15^\circ - 1}$$

О т в е т ы: 1)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ; 2)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ; 3)  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ; 4)  $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ .

2. Упростите выражение  $\frac{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2}{1 + \sin 2\alpha}$ .

О т в е т ы: 1) 1; 2)  $\frac{1 + \cos 2\alpha}{1 + \sin 2\alpha}$ ; 3)  $\frac{1}{1 + \sin 2\alpha}$ ; 4)  $1 + \sin 2\alpha$ .

3. Найдите наименьший положительный корень уравнения  $2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1 = 0$ .

О т в е т ы: 1)  $\frac{\pi}{3}$ ; 2)  $\frac{\pi}{6}$ ; 3)  $\frac{\pi}{2}$ ; 4)  $\frac{\pi}{4}$ .

4. Найдите  $\sin \alpha$ , если  $\cos \alpha = -\frac{15}{17}$ ,  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ .

О т в е т ы: 1)  $-\frac{8}{17}$ ; 2)  $\frac{2}{17}$ ; 3)  $\frac{6}{17}$ ; 4)  $\frac{8}{17}$ .

5. Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций  $y = \sin^2 x$  и  $y = \cos^2 x$ .

О т в е т ы: 1)  $\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbf{Z}$ ; 2)  $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbf{Z}$ ; 3)  $\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbf{Z}$ ; 4)  $\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z}$ .

##### II уровень

6. Сколько корней имеет уравнение

$$\left(\frac{1}{\sin^2 x} - 1\right)\sqrt{4 - x^2} = 0?$$

7. Решите неравенство  $\sin \frac{4x}{3} > -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

8. Найдите  $\cos \alpha - \sin \alpha$ , если известно, что

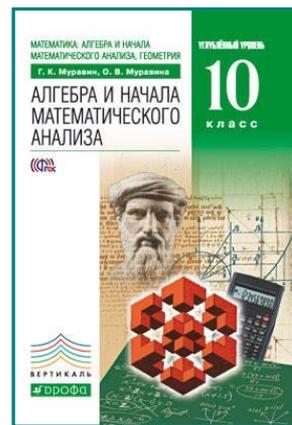
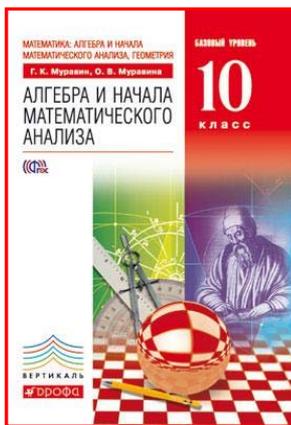
$$\sin \alpha \cos \alpha = -\frac{1}{4}, \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi.$$

##### III уровень

9. Сравните числа

$$\frac{\sin 115^\circ}{16 \sin 7^\circ} \text{ и } \cos 7^\circ \cos 14^\circ \cos 28^\circ \cos 56^\circ.$$

10. Решите уравнение  $2 \sin^2 x = |\sin x|$ .



# Благодарим за внимание!

Контакты для связи:

[olgamuravina@gmail.com](mailto:olgamuravina@gmail.com)

[muravins.ru](http://muravins.ru)

<http://drofa-ventana.ru>